

1904.

N. 10.

# ANNALEN DER PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREB, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 14. HEFT 5.

DES GANZEN LIEFES 219. BANDES 5. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.



LEIPZIG, 1904.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

ROSSPLATZ 17.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den  
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in  
15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 48 M.*

*(Ausgegeben am 25. August 1904.)*

# Inhalt.

	Seite
1. G. Quincke. IX. Doppelbrechung der Gallerte beim Aufquellen und Schrumpfen . . . . .	849
2. H. Zahn. Über die galvanomagnetischen und thermomagnetischen Effekte in verschiedenen Metallen . . . . .	860
3. P. Drude. Optische Eigenschaften und Elektronentheorie . . . . .	870
4. M. Toepler. Zur Kenntnis der negativen Streifenentladung . . . . .	880
5. F. Hodson. Resonanzversuche über das Verhalten eines einfachen Kohärens . . . . .	970
6. K. R. Johnson. Zur Nernst-Planck'schen Theorie über die Potenzialdifferenz zwischen verdünnten Lösungen . . . . .	980
7. F. Biske. Die Erdbewegung und der Äther . . . . .	1000
8. H. Hecht. F. E. Neumanns Methode zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit schlecht leitender Körper in Kugel- und Würfelform und ihre Durchführung an Marmor, Glas, Sandstein, Gips sowie an Serpentin, Basalt, Schwefel, Steinkohle . . . . .	1000
9. L. Hermann und M. Gildemeister. Weitere Versuche über elektrische Wellen in Systemen von hoher Kapazität und Selbstinduktion . . . . .	1000
10. Adolf Heydweiller. Zur Theorie der magneto-elastischen Wechselbeziehungen. (Entgegnung an Hrn. R. Gans) . . . . .	1000
11. Max Abraham. Kritik der Erwiderung des Hrn. W. Wien 1000	1000

Manuskripte sind an den Herausgeber, Professor Dr. P. Drude, zu senden. Seine Adresse ist Gießen, Nahrungberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einsuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.



800  
300  
900  
970  
980  
000  
000  
001  
000  
000  
den  
l in  
zu  
den  
nu-  
den  
nan  
ptes  
ttan  
ens,  
beit  
dies  
een  
con-  
nd-  
riat  
tet.



# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 14.

### 1. IX. Doppelbrechung der Gallerte beim Aufquellen und Schrumpfen; von G. Quincke.<sup>1)</sup>

§ 146. *Doppelbrechung von Leimgallerte. Frühere Arbeiten.*  
Die Doppelbrechung des Leimes und anderer Kolloide habe ich schon früher<sup>2)</sup> (§ 22) durch die Spannungen erklärt, welche die im Innern der Leimmasse vorhandenen Schaumwände erzeugen. In § 85 findet sich eine Zusammenstellung der früheren Arbeiten über Doppelbrechung der Leimgallerte und Gelatineplatten von Brewster, Bertin, F. Klocke, C. Klein, Bensaupe, V. von Ebner und — für auf Quecksilber eingetrocknete Leimlamellen — von mir.

Ich habe ferner (§ 59) darauf hingewiesen, daß beim Aufquellen und Schrumpfen von Leimgallerte die positive Doppelbrechung durch einen isotropen Zustand in negative Doppelbrechung übergeht. Es wird sich zeigen, daß dies eine allgemeine Eigenschaft aller Gallerte ist.

Den früheren Literaturangaben sind noch folgende hinzuzufügen.

Leimgallerte, welche in gedehntem Zustande eingetrocknet ist, oder Bruchstücke solcher Leimgallerte bleiben nach Brewster<sup>3)</sup>, Maxwell<sup>4)</sup> und von Ebner<sup>5)</sup> dauernd doppeltbrechend.

H. Ambronn<sup>6)</sup> hat an Streifen von vollständig ausgetrockneter Gelatine, welche bleibend gekrümmt waren, drei

1) Die Resultate dieser Untersuchung wurden der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin mitgeteilt am 4. Februar 1904.

2) G. Quincke, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 4. p. 50; 1902; Ann. d. Phys. 7. p. 638. 1902.

3) D. Brewster, Pogg. Ann. 19. p. 536. 1830; Phil. Trans. 1815. p. 61.

4) J. C. Maxwell, Pogg. Ann. 151. p. 153. 1874.

5) V. von Ebner, Anisotropie organisierter Substanzen. 8°. p. 18. Leipzig 1882.

6) H. Ambronn, Leipz. Ber. 6. 6. 1898. p. 27.

neutrale Zonen beobachtet. Zu beiden Seiten der mittleren neutralen Zone lagen zwei Zonen mit positiver und negativer Doppelbrechung auf der konvexen und konkaven Seite wie bei gewöhnlicher vorübergehender Krümmung (vgl. unten Fig. 169 § 147). Daneben nach außen auf der konvexen Seite eine Zone mit negativer Doppelbrechung wie bei komprimiertem Glas, und auf der konkaven Seite eine Zone mit positiver Doppelbrechung, wie bei gedehntem Glas. Diese Zonen werden mit F. E. Neumann<sup>1)</sup> erklärt durch die Einwirkung der bleibend dilatierten Teile des gebogenen Gelatinestreifens, bei denen die Elastizitätsgrenze überschritten ist, auf die Teile, bei denen die Elastizitätsgrenze noch nicht überschritten ist.

Arthur W. Ewell<sup>2)</sup> untersuchte die Drehung der Polarisationssebene in gedrillten Zylindern von Gelatinegallerte für parallel zur Drillingsachse verlaufende Strahlen. Die Drehung war der Drillung entgegengesetzt und nahm mit wachsender Drillung zu, schneller als diese. Gedrilltes Glas zeigte ebenfalls eine Drehung der Polarisationssebene in entgegengesetzter Richtung der Drillung.

R. Reiger<sup>3)</sup> hat das Abklingen der Doppelbrechung bei konstanter Deformation von wasserhaltigen Gelatinemembranen gemessen und damit die Maxwellsche Relaxationszeit und die innere Reibung der klebrigen Substanz oder Flüssigkeit berechnet. Bei 20 und 40 g Gelatine in 100 ccm Gallerte und 29° C. war die Relaxationszeit 600 und 2500 Sek., die innere Reibung  $4 \times 10^7$  und  $33 \times 10^7 \text{ g cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}$ . Nach Zusatz von 40 ccm Glyzerin zu 100 ccm Gelatinegallerte von der Konzentration 20 war die Relaxationszeit 3500 Sek., die innere Reibung  $21 \times 10^7 \text{ g cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}$ . (Vgl. § 164.)

Nach neueren Versuchen von A. Leick<sup>4)</sup> nimmt die Doppelbrechung von Gelatineplatten, wenn sie frühestens 36 Stunden nach dem Gießen aus der Form genommen werden, zu mit der Längendilatation und der Konzentration, dem Gehalt an

1) F. E. Neumann, Pogg. Ann. 54. p. 468. 1841; Abh. Berl. Akad. 1843. p. 18.

2) A. W. Ewell, Physik. Zeitschr. 1. p. 201. 1900.

3) R. Reiger, Physik. Zeitschr. 2. p. 215. 1901.

4) A. Leick, Künstliche Doppelbrechung und Elastizität von Gelatineplatten. Dissert. Greifswald. 8°. p. 42. 1903.

fester Gelatine in 100 ccm Gallerte. Der Elastizitätskoeffizient nahm gleichzeitig zu proportional dem Quadrate der Konzentration.

Auch die älteren Messungen von P. von Bjerkén<sup>1)</sup> zeigen nach Leick die Doppelbrechung gedehnter Platten von Leimgallerte proportional der Längendilatation.

Im folgenden sollen zunächst einige Versuche beschrieben werden, welche die positive und negative Doppelbrechung von Leimgallerte bei Biegen, Dehnen, Aufquellen und Schrumpfen unter möglichst einfachen Bedingungen bestimmen.

§ 147. *Doppelbrechung gebogener und gedehnter Prismen von Leimgallerte in Luft.* Läßt man eine warme 10- oder 20proz. wässrige Lösung von Gelatine langsam zu einer Gallerte erkalten, so zeigt sie zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen keine Doppelbrechung.

Die Doppelbrechung tritt erst auf, wenn die Leimgallerte gebogen und dadurch dilatiert und komprimiert oder verdichtet wird, ähnlich wie in gebogenen Glasstreifen.

Ich habe die Doppelbrechung von Leimgallerte und Spiegelglas mit denselben Methoden gemessen und verglichen. Gedehnte Leimgallerte zeigte wie Glas negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Richtung größter Dehnung oder parallel der Richtung größter Kompression oder Verdichtung.

Die Doppelbrechung des dilatierten Glases kann man am besten an zwei gebogenen Glasstreifen untersuchen, in der von F. E. Neumann<sup>2)</sup> angegebenen Anordnung.

Zwei prismatische Glasstreifen von  $30 \times 0,5 \times 1,5$  cm mit polierten Längsseiten waren an den Enden durch zwei gerade Kupferdrähte von 2 mm Durchmesser getrennt und mit zwei dünnen, über die Enden geschobenen Kautschukringen leicht gegeneinander gedrückt. Dieselben wurden gleichzeitig mit einer Gipsplatte von 1 Wellenlänge zwischen gekreuzte Nicolsche Prismen gebracht, so daß die Längsrichtung der Glasstreifen normal zur Mittellinie des Gipses stand und unter  $45^\circ$  gegen die Hauptschnitte der Nicolschen Prismen geneigt war. Drückt man die Glasstreifen in der Mitte gegeneinander, so wird auf der konvexen Seite jeder Glasstreifen parallel der

1) P. von Bjerkén, Wied. Ann. 43. p. 808. 1891.

2) F. E. Neumann, Abb. Berl. Akad. 1841. II. p. 45 u. Fig. 1.

Längsrichtung gedehnt und die Polarisationsfarbe der Gipsplatte sinkt; auf der konkaven Seite jeder Glasstreifen parallel der Längsrichtung verkürzt oder komprimiert und die Polarisationsfarbe der Gipsplatte steigt. Die violette Farbe der Gipsplatte bleibt nur auf der neutralen Mittelfläche der gebogenen Glasstreifen und geht auf der konvexen Seite in

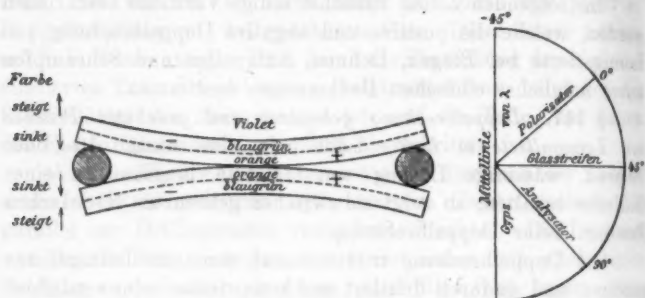


Fig. 189.

Orange oder Gelb, auf der konkaven Seite in Blau oder Blaugrün über (Fig. 189).

Bringt man statt der Gipsplatte einen Babinetschen Kompensator gleichzeitig mit dem gebogenen Glasstreifen zwischen die gekreuzten Nicolschen Prismen eines Polarisationsapparates, so daß die Interferenzstreifen des Kompensators normal zur Längsrichtung der Glasstreifen stehen, und

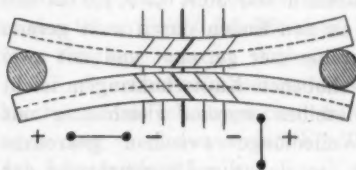


Fig. 190.

nach links, und auf der konkaven komprimierten Seite jedes Glasstreifens nach rechts verschoben, wie es in Fig. 190 gezeichnet ist. Der zentrale schwarze Interferenzstreifen ist durch größere Dicke hervorgehoben.

drückt die Glasstreifen in der Mitte gegeneinander, bis sich ihre konvexen Seiten berühren, so erscheinen die Interferenzstreifen des von mir benutzten Kompensators auf der konvexen gedehnten Seite jedes Glasstreifens

Nennt man für die gebogenen Glasstreifen  $2l$  die Länge normal zu den Lichtstrahlen,  $b$  die Breite normal zu den Lichtstrahlen,  $h$  die Dicke parallel zu den Lichtstrahlen,  $s=r$  die Senkung der neutralen Mittelfläche des gebogenen Streifens,  $\varepsilon$  die Längendilatation, die Verlängerung der Länge 1 am Rande des gebogenen Streifens,  $u$  die Verschiebung der Interferenzstreifen des Babinetschen Kompensators in Streifenbreiten gemessen,  $\delta$  den Gangunterschied der interferierenden Strahlen,  $n_0$  und  $n_s$  den Brechungsexponenten der ordinären und extraordinären Lichtwellen parallel und normal zur Dehnungsrichtung polarisiert,  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichtes in Luft, so ist

$$(1) \quad \varepsilon = \frac{3}{2} b \frac{s}{l^2},$$

$$(2) \quad u = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{n_s - n_0}{\lambda} h = A \cdot h \cdot \varepsilon,$$

$$(3) \quad G = \frac{n_s - n_0}{\varepsilon} = A \lambda.$$

$G$  ist die spezifische Doppelbrechung und charakterisiert die optischen Eigenschaften des dilatierten oder komprimierten Glases.  $A$  ist der in Wellenlängen gemessene Gangunterschied der extraordinären und ordinären Lichtwellen für die Längendilatation 1 bei 1 cm Streifendicke.

Schaltet man statt des gebogenen Glasstreifens einen gebogenen Streifen von Leimgallerte zwischen die gekreuzten Nicolschen Prismen, so ändert er die Farbe der Gipsplatte oder verschiebt die Streifen des Babinetschen Kompensators in demselben Sinne, wie ein gebogener Spiegelglasstreifen.

Die Streifen von Leimgallerte wurden in folgender Weise hergestellt.

Seitenwände und Boden eines Troges aus dicken Spiegelglasplatten waren mit Holzklammern zusammengehalten und innen mit einem U-förmig gekniffen Streifen dünnen Seidenpapiers bedeckt. Auf eine rechteckförmige Öffnung in der Mitte des Bodens dieser Papierrinne wurde ein Stückchen dünnes Deckglas gelegt und in den Trog von 16 cm Länge, 1 cm Breite und 1,5 cm Höhe eine warme Lösung von Gelatine in Wasser gegossen. Nach dem Erstarren wurden Boden und Seitenwände des Glastroges vorsichtig entfernt, während die Querwände des Glastroges an den Enden des Gallertstreifens



hafteten. Mit diesen Querwänden aus Glas wurde das vierseitige Prisma von durchsichtiger Leimgallerte auf einen Streifen Spiegelglas gelegt und auf diesem gebogen über einem Babinetschen Kompensator zwischen gekreuzten Nicolischen Prismen untersucht. Die Verschiebung  $u$  der Interferenzstreifen des Kompensators am Rande des gebogenen Gallertstreifens und die Verschiebung  $s$  der Mitte des Gallertstreifens wurden gemessen und die Längendilatation  $\varepsilon$  mit Gleichung (1), die Konstante  $A$  der Doppelbrechung durch Dehnung mit Gleichung (2) berechnet. Die Messungen sind in der folgenden Tabelle I zusammengestellt. In der ersten Kolumne ist die Zeit  $z$  nach dem Erstarren der Leimgallerte angegeben, während welcher die Gallerte in einem mit Wasserdampf gesättigten Raume aufgehoben worden war.

Die Gallerte  $A$  und  $C$  waren mit derselben Sorte Gelatine hergestellt, Gallerte  $B$  mit einer anderen Sorte bester Gelatine, die in heißem Wasser gelöst, aber nicht filtriert worden war.

Tabelle I.

Doppelbrechung gebogener Streifen.

Zeit	$2l$	$b$	$h$	$s$	$\varepsilon$	$u$	$A$
Spiegelglas.							
	cm	cm	cm	cm		$\lambda$	$\lambda$
—	28,5	0,524	1,5	0,0681	0,000 264	$\pm 1,2$	3033
—	"	"	"	0,1042	0,000 408	2,0	3271
10 proz. Leimgallerte A.							
1 <sup>h</sup>	16	1	1,5	2,45	0,057	+0,55	6,39
"	"	"	"	3,5	0,082	0,65	5,28
"	"	"	"	4	0,094	0,70	4,98
24	"	"	"	3,5	0,082	1,00	8,11
16,24 proz. Leimgallerte B.							
14	17,5	1	1,5	1,9	-0,037	-1,0	17,9
"	"	—	"	3,05	-0,060	-1,5	16,7
"	"	—	"	3,9	-0,076	-2	17,4
38	"	0,8	"	3,4	-0,053	-2	25,0
62	"	1,0	"	2,25	$\pm 0,044$	$\pm 1,5$	22,7
20 proz. Leimgallerte C.							
1	15,5	1	1,5	3,7	0,092	$\pm 1,0$	7,21
24	"	"	"	3,0	0,075	0,85	7,56
"	"	"	"	4,2	0,105	0,95	6,04

Die durch  $A$  gemessene Größe der spezifischen Doppelbrechung nimmt mit dem Alter der Leimgallerte zu und wird bei den Gallerten  $A$  und  $C$  mit zunehmender Längendilatation  $\varepsilon$  kleiner.

Wurde ein Prisma aus Leimgallerte zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen über einem Babinetschen Kompensator von der Länge  $l$  auf die Länge  $l_1$  gedehnt, so war die Längendilatation

$$(4) \quad \varepsilon = \frac{l_1 - l}{l}$$

und aus der beobachteten Verschiebung  $u$  der Interferenzstreifen ließ sich wieder mit Gleichung (2) die Konstante  $A$  der Doppelbrechung der gedehnten Leimgallerte berechnen. Die Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle II zusammengestellt.

Tabelle II.

Doppelbrechung gedehnter Streifen.

Zeit	$l$	$l_1$	$b$	$h$	$\varepsilon$	$u$	$A$
10 proz. Leimgallerte A.							
	cm	cm	cm	cm		$\lambda$	$\lambda$
2 <sup>h</sup>	7,0	7,5	1	1,5	0,071	0,5	4,67
"	1,42	1,23	"	"	-0,154	-2,0	8,63
24	1,81	1,20	0,7	1,1	-0,084	-1,0	10,82
"	6,0	6,5	0,95	1,45	+0,083	1,0	8,28
"	6,3	6,8	0,95	"	0,079	1,0	8,69
16,24 proz. Leimgallerte B.							
14	17,5	17,2	1	1,5	-0,017	-0,3	19,4
"	"	16,93	"	"	-0,033	-0,57	20,0
"	"	16	"	"	-0,057	-1,0	23,3
38	17,5	17,02	1	1,5	0,027	1,0	24,3
62	17,8	18,1	1	1,5	0,017	0,5	19,8
"	"	18,5	"	"	0,039	1,0	17,0
20 proz. Leimgallerte C.							
24	14,85	15,5	1	1,5	0,048	1,0	13,7
"	15,00	14,2	"	"	-0,053	-1,0	12,5
48	14,2	14,7	0,87	1,43	0,035	1,0	19,9
"	"	15,3	"	"	0,078	2,0	18,0

Nach diesen Versuchen nimmt die spezifische Doppelbrechung mit dem Alter und dem Leimgehalt der Leimgallerte zu. Im allgemeinen findet man bei Biegung und Dehnung dieselbe Doppelbrechung  $A$ . Nur für die 24<sup>h</sup> alte 20 proz. Leimgallerte  $C$  war die spezifische Doppelbrechung bei Biegung halb so groß, wie bei Dehnung für gleiche Längendilatation.

Nach A. Leick<sup>1)</sup> ist die spezifische Doppelbrechung von Gelatinegallerte mit der Konzentration 10 und Natriumlicht 0,000467, was für 10- und 20 proz. Gelatinegallerte gibt

$$A = 8,08 \text{ und } 16,64 \lambda.$$

Walter König<sup>2)</sup> hat die spezifische Doppelbrechung  $G$  des gebogenen Spiegelglases gemessen und nach den Versuchen von Brewster, F. Neumann, Wertheim, Mach und Pockels berechnet. Die verschiedenen Werte liegen zwischen

$$0,157 \text{ und } 0,179.$$

Für die Wellenlänge 0,000550 mm folgt aus meinen Versuchen, den Werten  $A$  der Tab. I, mit Gleichung (3) die spezifische Doppelbrechung des Spiegelglases

$$G = 0,167 \text{ und } 0,180.$$

Ein prismatischer Stab von 10 proz. Leimgallerte von  $16 \times 1 \times 1,5$  cm wurde durch ein Gewicht von 10,3 g um 0,27 cm verlängert. Daraus folgt ein Elastizitätskoeffizient  $E$

$$E = \frac{0,0103}{10 \times 15} \cdot \frac{16}{0,27} = 0,00407 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2},$$

während Maurer<sup>3)</sup> bei ähnlichen Versuchen für 10 proz. Leimgallerte gefunden hat

$$E = 0,00438 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}.$$

Aus der Senkung der gebogenen Glasstreifen von Tab. I durch ein bekanntes Gewicht fand ich für Glas

$$E = 7210 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}.$$

1) A. Leick, Dissert. Greifswald, p. 42. 1903.

2) W. König, Ann. d. Phys. 4. p. 25. 1903.

3) R. Maurer, Wied. Ann. 28. p. 686. 1886.

Die Doppelbrechung des Spiegelglases durch Dehnung oder Kompression ist also bei gleicher Dilatation 400- bis 200 mal größer als bei Leimgallerte, die Elastizität 2 Millionen mal größer.

Während das Volumen der 20 proz. Leimgallerte in 24 und 48 Stunden um 11 und 25 Proz. abgenommen hatte, war die Länge nur um 7 und 8,4 Proz. kleiner geworden.

Im allgemeinen ist bei gleicher Längendilatation die Doppelbrechung der Leimgallerte durch Dehnung um so größer, je länger dieselbe erstarrt ist, und je mehr  $\alpha$ -Leim sie in der Volumeneinheit enthält. Die verschiedenen Stellen desselben Gallertstreifens zeigen Verschiedenheiten im optischen Verhalten, weil die unsichtbaren Schaumwände an den verschiedenen Stellen sich verschieden schnell ausscheiden und verschieden schnell fest werden. Dies erklärt auch die Verschiedenheiten von  $A$  bei demselben verschieden stark gebogenen Gallertstreifen und bei den geraden gedehnten Gallertstreifen. Ähnliche Unregelmäßigkeiten der Doppelbrechung von dilatierter Leimgallerte hat auch P. von Bjerkén<sup>1)</sup> gefunden.

Oft brachen einzelne prismatische Stücke aus dem Gallertstreifen heraus, wenn derselbe zu stark gebogen oder zu stark gedehnt wurde.

Ein Stab von frisch erstarrter 10 proz. Leimgallerte trennte sich zuweilen beim Biegen längs der neutralen Mittelfläche in zwei Teile, die keine Verschiebung der Interferenzstreifen des Babinetschen Kompensators zeigten.

§ 148. *Doppelbrechung prismatischer Stäbe aus Leimgallerte bei Schrumpfen in Luft oder bei Aufquellen in Wasser.* Gerade Prismen aus 10 proz. Leimgallerte von  $15 \times 1 \times 1,5$  cm zeigten mit dem Babinetschen Kompensator zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen 24 Stunden nach dem Erstarren gekrümmte Interferenzstreifen. In der Mitte waren die Interferenzstreifen nicht verschoben. Aber unmittelbar neben den Seitenflächen erschienen sie in einer Schicht von 0,05 cm Dicke um drei Streifenbreiten nach links verschoben, im Sinne einer Verkürzung oder Kompression der Gallertmasse normal zur

1) P. von Bjerkén, Wied. Ann. 43. p. 808. 1891.

Längsrichtung oder Seitenfläche des Prismas.<sup>1)</sup> Nach 48 Stunden zeigten dieselben eingetrockneten Prismen am Rande eine Verschiebung von  $-0,3$  Streifenbreiten im Sinne einer Kompression normal zur Seitenfläche, und in der Mitte eine Verschiebung um  $+0,2$  Streifenbreite im Sinne einer Dehnung oder Dilatation normal zur Seitenfläche (Fig. 191).

Gerade vierseitige Prismen von 20proz. Leimgallerte zeigten beim Eintrocknen in freier Luft nach 24 Stunden in der Nähe

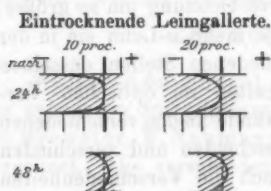


Fig. 191.

der Seitenwände eine Verschiebung der Kompensatorstreifen um  $-1,2$  Streifenabstand im Sinne einer Kompression normal zu der Seitenfläche des Prismas, in der Mitte des Prismas keine Verschiebung. Nach 48 Stunden an den Seitenwänden eine Verschiebung von  $-0,8$  Streifenabstand im Sinne einer Kompression, in der Mitte eine Verschiebung von  $+0,2$  Streifenabstand im Sinne einer Dilatation normal zur Seitenfläche des Prismas.

In Fig. 191 ist die Form eines Kompensatorstreifens mit eingeschaltetem Gallertprisma durch ausgezogene Kurven, die Lage des zugehörigen Kompensatorstreifens ohne Gallertprisma durch eine punktierte Linie gegeben.

Der Druck der unsichtbaren Schaumwände, welche normal zur Seitenfläche des Leimprismas stehen und diese in das Innere der Gallertmasse hereinziehen, hat zugenommen durch den Wasserverlust in der Nähe der Gallertoberfläche. Später wird diese Druckzunahme kleiner und gleichzeitig tritt in der benachbarten Gallertmasse im Innern eine Dilatation normal zur Seitenfläche auf, indem die Mitte nach den eingetrockneten und festgewordenen Seitenwänden hingezogen und gedehnt wird.

1) In Übereinstimmung mit der früheren Bezeichnung (§ 42 u. ff.) soll im folgenden die Verschiebung der Interferenzstreifen bezeichnet werden als

negativ  
bei Kompression

positiv  
bei Dilatation

parallel der Normale der Oberfläche. Also umgekehrt wie in Fig. 189.

Die erste Druckzunahme ist für 10 proz. Leimgallerte größer als für 20 proz.

In Luft eingetrocknete rechtwinklige Prismen aus 10 proz. Leimgallerte von  $17 \times 1 \times 1,5$  cm zeigten kurze Zeit nach dem Wiederaufquellen in Wasser mit dem Babinetschen Kompensator in der Mitte die normale Lage der Interferenzstreifen, die nach dem Rande zu allmählich in eine Verschiebung von zwei Streifenabständen, im Sinne einer Aufquellende Leimgallerte. Dehnung oder Druckabnahme normal zu den Seitenflächen des Gallertprismas überging (Fig. 192, a). 24 Stunden später hatten die Kompensatorstreifen am Rande des Gallertprismas normale Lage, und waren in der Mitte um 2 Streifenabstand nach links verschoben, im Sinne einer nach dem Innern der Gallertmasse zunehmenden Kompression oder Druckzunahme normal zu den Seitenflächen des Gallertprismas (Fig. 192, b).

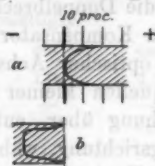


Fig. 192.

Auch hier ging beim Aufquellen des Gallertprismas die zuerst auftretende Dilatation der Außenschichten zurück und es folgte später eine Kompression der benachbarten mittleren Schichten normal zu den Seitenflächen oder eine Dehnung dieser Schichten parallel den Seitenflächen, ein ähnlicher Wechsel von Dilatation und Kompression, wie beim Eintrocknen der Prismen aus Leimgallerte.

Ein wenig andere Erscheinungen zeigte beim Eintrocknen und Aufquellen das Prisma von 16,24 proz. Leimgallerte B der Tab. I und II ohne Hülle von Seidenpapier auf einer Spiegelglasplatte. Eine Unterlage von dünnem Seidenpapier mit rechteckförmiger Öffnung in der Mitte des Gallertprismas gestattete wieder die Beobachtung der Interferenzstreifen des Babinetschen Kompensators normal zur Längsrichtung des Prismas und erleichterte die Verschiebung der schrumpfenden oder aufquellenden Gallerte auf der Glasplatte.

Nach der optischen Untersuchung wurde die Glasplatte mit dem Gallertprisma in einem mit Wasserdampf gesättigten Raum aufbewahrt, einem 3 cm hohen Messingtrog mit Metalldeckel, dessen Boden neben der Glasplatte mit

Wasser bedeckt war. Das Gallertprisma schrumpfte in dieser mit Wasserdampf gesättigten Luft im Laufe einer Woche etwas ein und zeigte zunehmende negative Doppelbrechung, wie wenn es normal zur Längsrichtung komprimiert wäre. Diese negative Doppelbrechung war in der Mitte stärker als am Rande.

Das Gallertprisma wurde dann in einen Glastrog aus zusammengeschmolzenen Spiegelglasplatten unter Wasser gelegt und die Doppelbrechung während des Aufquellens am Babinet'schen Kompensator beobachtet. Die negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Längsrichtung wurde beim Aufquellen kleiner und ging am Rande in positive Doppelbrechung über, entsprechend einer Kompression parallel der Längsrichtung, während in der Mitte negative Doppelbrechung oder Kompression normal zur Längsrichtung bestehen blieb. In den ersten Stunden des Aufquellens war die Abnahme der negativen Doppelbrechung in der Mitte größer als in den beiden Schichten zwischen Mitte und Rand (vgl. Fig. 193).

Beim Eintrocknen in freier Luft sanken die negative und positive Doppelbrechung während zwei Tagen in der Mitte auf  $-0,7 \lambda$ , einer geringen Kompression, am Rande auf  $-6,0 \lambda$ , einer starken Kompression normal zur Seitenfläche entsprechend.

In der folgenden Tab. III sind die Verschiebungen des Kompensatorstreifens für Mitte und Rand, und die Dimensionen des Gallertprismas zu verschiedenen Zeiten angegeben.

Nach längerem Aufquellen in Wasser war der Querschnitt des Prismas nicht mehr ein Rechteck, sondern ein Parallelogramm, das oben schmaler als unten war. Obere und untere Breite dieses Querschnittes sind in Tab. III durch eine Klammer verbunden aufgeführt. Diese Gestaltsänderung des Querschnittes deutet auf das Vorhandensein flüssiger Schaumwände, auf eine flüssige Leimgallerte (§ 83, Nr. 23).

Fig. 193 gibt die charakteristischen Formen eines Kompensatorstreifens beim Schrumpfen und Aufquellen.

Die verschiedene Doppelbrechung, welche die Gallertprismen *A* und *C* oder das Gallertprisma *B* beim Schrumpfen und Aufquellen zeigen, erklären sich durch zufällige Verschiedenheiten in Anzahl und Lage der unsichtbaren Schaumwände, welche beim Gelatinieren im Innern der Leimgallerte



Tabelle III.

Doppelbrechung von Prismen aus 16,24proz. Leimgallerte B  
bei Schrumpfen in Luft und Aufquellen in Wasser.

Zeit Tage	Verschiebung der Kompensatorstreifen $\alpha$		Länge $l$	Breite $b$	Dicke $h$
	innen	am Rande			

In feuchter Luft (mit Wasserdampf gesättigt).

	$\lambda$	$\lambda$	cm	cm	cm
0	0,2	-0,2	17,5	1,0	1,5
4	-0,8	-1,7	—	—	—
5	-1,2	-3,0	—	—	—
6	-1,8	-3,7	17,0	—	—
7	-2,0	-3,3	16,9	—	—

In Wasser.

0	-1,9	-2,2	—	—	—
0,04	-2,0	-3,0	—	—	—
0,1	-2,2 -2,7	-0,5	17,4	0,92 } 1,10 }	—
0,2	-2,6 -2,7	0	17,3	—	—
0,3	-1,8	1,6	—	—	—
1,25	-2,2	3,0	18,2	1,05 } 1,15 }	—
1,37	-1,8	3,4	19,0	1,25	1,7

In freier Luft.

0	-2,0	0,25	19,0	1,2	1,6
1	-0,5	$\pm 3,0$	—	—	—
2	-0,7	-6,0	17,6	0,6 } 0,99 }	1,28

In Wasser.

0,05	0,5	-6,0	—	—	—
0,1	0,3	-4,0	—	—	—
1	-2,0	4,5	19,0	1,18	1,7

In freier Luft.

0,1	-0,6	4,5	18,6	1,0	1,58
0,3	-1,2	0,6	18,6	0,9	1,12
0,4	-1,2	0	18,3	—	—
0,5	0,2 0,6	0,8	18,5	—	—
1,0	-0,2	-4,0	17,7	0,7	—

abgeschieden werden, bald normal, bald parallel zur Oberfläche (vgl. § 96, Nr. 31).

Auffallenderweise änderte sich die Doppelbrechung der Leimgallerte in feuchter Luft in ähnlicher Weise wie in freier Luft. Die Änderung erfolgte aber langsamer und war kleiner.

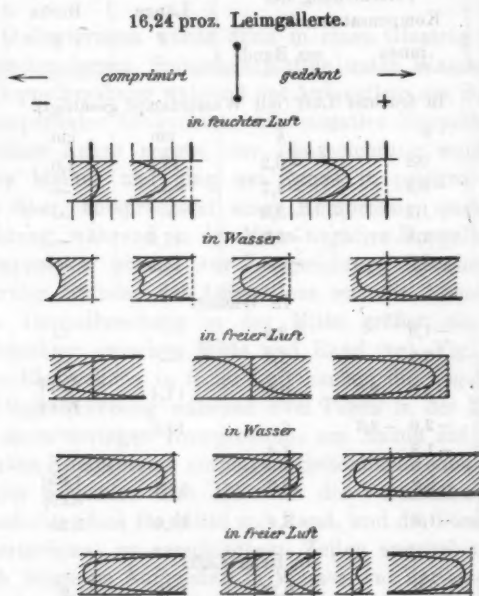


Fig. 193.

Ich sehe den Grund in einer Temperaturerhöhung der feuchten Leimgallerte, herrührend von einer Selbsterhitzung durch Oxydation, wie bei feuchtem Heu.

Bei wiederholtem Schrumpfen in Luft und Wiederaufquellen in Wasser scheiden sich in der vorher scheinbar homogenen Leimgallerte steifere Gallertmassen als Kugeln oder gewundene Zylinder aus, die auch die Oberfläche des Gallertprismas deformieren und unregelmäßige Doppelbrechung hervorrufen. Dieselben entsprechen den dicken Rippen beim Eintrocknen der Kolloide in Uhrgläsern (§ 83, Nr. 23, § 96, Nr. 15; §§ 132, 134, 136). Ihre Bildung scheint von langsamer Er-

starrung der flüssigen unsichtbaren Schaumwände der Gallerte herzuführen und durch die langsame Oxydation des Leimes an der Luft begünstigt zu werden. Doch traten diese Ausscheidungen und unregelmäßige Doppelbrechung häufig auch bei sterilisierter Leimgallerte in zugeschmolzenen Glasröhren auf, scheinbar ohne äußere Einwirkung.

Diese zufälligen Veränderungen sind wohl auch die Ursache, daß P. von Bjerkén und ich selbst für die Doppelbrechung gedehnter Leimgallerte verschiedener Konzentration weniger konstante Resultate und größere Unregelmäßigkeiten gefunden haben, als Leick (vgl. oben § 146).

§ 149. *Doppelbrechung von Kugeln aus Leimgallerte beim Eintrocknen in Luft und Aufquellen in Wasser.* Aus einer Heberöffnung von 1,5 mm ließ ich warme 20proz. Gelatine-lösung (1,054) in ein Gemisch von Chloroform und Mandelöl vom spezifischen Gewicht 1,028 tropfen und darin zu Kugeln erstarrten. Die Kugeln wurden mit Benzol abgewaschen, das Benzol durch Absaugen mit Fließpapier und Verdampfen entfernt und die Gallertkugeln in flachen Glasschalen unter dem Polarisationsmikroskop in freier Luft langsam eingetrocknet.

Man darf die Leimkugeln nur kurze Zeit mit dem Ölgemisch oder mit Benzol in Berührung lassen, da sie sonst im Verlauf einiger Tage zusammenfließen. Sie bestehen also aus Gallerte mit flüssigen Schaumwänden (§§ 62, 83).

Bei Beginn der Versuche waren alle Gallertkugeln, in Luft oder Benzol untersucht, einfach brechend. Bei Eintrocknen in Luft zeigten sie zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen ein schwarzes Kreuz, und mit einer gleichzeitig eingeschalteten Gipsplatte von 1

Wellenlänge die geraden und ungeraden Quadrantenpaare verschieden gefärbt (Fig. 194, a). Sie zeigten negative Doppelbrechung mit optischer Achse parallel dem Radius und verhielten sich wie ein negativer Sphärokristall zweiter Klasse. (Sphärokristall II. d, Figg. 62 und

63, § 42.) Mit einem Babinetschen Kompensator im Okular des Polarisationsmikroskopes, dessen Interferenzstreifen normal

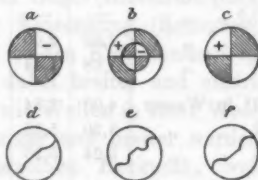


Fig. 194.

zur Kugeloberfläche standen, konnte der Gangunterschied  $\delta$  der ordinären und extraordinären Lichtwellen für verschiedene Entfernung vom Rande der Kugel bestimmt werden. Gewöhnlich wurde eine Vergrößerung benutzt, daß der Abstand zweier aufeinander folgender Kompensatorstreifen einer Länge von 0,25 mm im Objekt entsprach. Der Gangunterschied  $\delta$  oder die Größe der Doppelbrechung war sehr klein oder Null in der Mitte der Kugel, am größten in einiger Entfernung vom Rande und nahm mit der Schrumpfung der Kugel zu (Fig. 194, d).

Wurden die Kugeln in Wasser gelegt, so quollen sie auf und verwandelten sich in einen positiven Sphärokristall. Sie zeigten mit der Gipsplatte positive Doppelbrechung mit optischer Achse parallel dem Radius (Fig. 194, c), entsprechend einer Dehnung der Leimgallerte normal zur Oberfläche. Im Babinet'schen Kompensator sah man bei dem Aufquellen der Gallertkugel die Ausbiegung des Interferenzstreifens größer werden und allmählich von dem Rande der Kugel fortrücken (Fig. 194, f). Mit der Zeit nahmen Ausbiegung und Doppelbrechung wieder ab, und nach 12 oder 24 Stunden war keine oder nur noch eine Spur von positiver Doppelbrechung am äußersten Rande wahrzunehmen.

Tabelle IV.

Durchmesser und Doppelbrechung von Kugeln aus 20 proz. Gelatinegallerte bei Eintrocknen in Luft oder Aufquellen in Wasser.

	Nr. I	II	III	IV	Nr. I	II	III	IV
	Durchmesser $2r$				Doppelbrechung $\delta$			
	mm	mm	mm	mm	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$
0 <sup>h</sup> in Luft	4,20	3,62	2,88	1,33	0	0	0	0
0,5 „ „	—	—	—	—	-0,05	-0,05	-0,05	0
2 „ „	2,80	2,60	1,64	0,45	-0,1	-0,1	-0,1	+0,1
16 „ „	1,68	1,44	1,00	0,45	—	—	—	+
3 <sup>h</sup> in Wasser	4,00	3,84	3,00	1,80	+0,2	+0,1	+	+
12 „ „	5,20	5,38	3,60	1,88	(+)	+	(+)	0
24 „ „	5,24	5,20	4,00	2,72	0	+	(+)	(+)
4 <sup>h</sup> in Luft	4,40	4,16	2,80	0,84	—	—	—	+
8 „ „	3,24	2,64	1,60	0,84	-0,2	-0,3	+0,2	+0,4
2 <sup>h</sup> in Wasser	4,32	4,12	2,96	1,72	+0,05	+0,2	+0,1	0
14 „ „	4,80	5,48	3,92	1,92	0	(+)	(+)	0

Die vorstehende Tab. IV gibt den Durchmesser und den größten Gangunterschied  $\delta$  für vier Gallertkugeln. Ein + oder - Zeichen bedeutet, daß nur der Sinn der Doppelbrechung mit der Gipsplatte bestimmt worden ist; ein eingeklammertes Zeichen, daß die Doppelbrechung sehr schwach war. Bei starkem Eintrocknen änderte sich die Kugelgestalt der kleineren Kugeln III und VI. Die kleinste Kugel zeigte in der Mitte eine Vertiefung, die beim Aufquellen in Wasser wieder vollständig verschwand. Diese kleinste Kugel verhielt sich anormal und zeigte niemals negative Doppelbrechung.

Die in Luft eingetrocknete Gallertkugel ist ein negativer Sphärokristall, der beim Aufquellen in Wasser in einen positiven Sphärokristall übergeht und allmählich einfach brechend wird.

Bei dem Übergang aus einem negativen in einen positiven Sphärokristall tritt die positive Doppelbrechung zuerst am Rande auf und schreitet dann nach der Mitte der Kugel fort, so daß eine Zeitlang ein negativer Sphärokristall von einem positiven Sphärokristall umhüllt ist (Fig. 194, b). Beide sind dann durch eine Zone mit der Dilatation 0 getrennt, und zeigen zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen außer dem schwarzen Kreuz an ihrer Grenze einen dunklen Kreis.

Mit dem Babinetschen Kompensator sieht man über dem schwarzen Interferenzstreifen, der mit dem Durchmesser der Kugel zusammenfällt, während dieser Umwandlung eine Ausbiegung nach oben, oder einen Wellenberg am Rande der Kugel entstehen, höher werden und nach der Mitte der Kugel hin in eine Ausbiegung nach unten oder in ein Wellental übergehen (Fig. 194, c). Wellenberg oder Hügel (Dilatation parallel dem Radius) und Wellental oder Einsenkung (Kompression parallel dem Radius) rücken von beiden Kugelrändern langsam nach der Mitte fort, werden dabei breiter und niedriger und verschwinden — ganz ähnlich wie Wellen in einer Wasser- rinne, die beim Fortschreiten niedriger und breiter werden.

Andere Leimgallertkugeln derselben Herkunft, welche zehn Tage in einer flachen Glasschale mit übergreifendem Deckel in Luft langsam eingeschrumpft waren, zeigten positive Doppelbrechung. Nach Einlegen in Wasser zeigten sie noch 7 Stunden lang, während sie ihr Volumen vergrößerten, mit

einer Gipsplatte die Polarisationsfarben eines positiven Sphärökristalls. Mit dem Babinetschen Kompensator fand ich bei Kugeln von 2,4—2,1 mm Durchmesser in 0,4—0,3 mm Entfernung vom Umfang den maximalen Gangunterschied  $\delta +1,5$  bis 0,6  $\lambda$ . Der Wellenberg des Kompensatorstreifens wanderte langsam nach der Mitte der Gallertkugel und wurde dabei breiter und flacher. Nach 3 Stunden betrug seine Höhe 0,1  $\lambda$ , während der Durchmesser der Kugel auf 3,7—2,8 mm gestiegen war. Nach 7 Stunden war der Durchmesser 4,1 und 3,1 mm, nach 19 Stunden 3,9 und 2,9 mm, und die positive Doppelbrechung noch bemerkbar.

Fünf Kugeln aus 20 proz. Leimgallerte waren mehrere Tage in Luft auf einer horizontalen Glasplatte zu Ringen mit einer zentralen Vertiefung eingetrocknet. In einer äußeren Zone erschien der Kompensatorstreifen im Azimut  $45^\circ$  nach der negativen Seite verschoben, einer Kompression parallel dem Radius entsprechend. Die Verschiebung war am äußeren Rande Null, nahm nach der Mitte zu. Der verschobene Kompensatorstreifen bildete eine gerade Linie, wie bei den gebogenen Glasstreifen (Fig. 190). Im folgenden sind äußerer Durchmesser  $2R$ , und Breite  $b$  des Ringes, sowie die Maximalverschiebung  $\delta$  am inneren Rande des Ringes angegeben.

$2R = 2,16$ mm	1,24	1,82	0,64	0,60 mm
$b = 0,4$	0,26	0,28	0,16	0,16 „
$\delta = -0,8 \lambda$	$-1,0 \lambda$	$+0,8 \lambda$	?	0

Diese Leimringe quollen in 24 Stunden in Wasser zu unregelmäßigen Halbkugeln mit sehr schwacher negativer Doppelbrechung auf.

Bei wiederholtem Eintrocknen in Luft und Aufquellen in Wasser zeigte die Doppelbrechung der Leimgallertkugeln Unregelmäßigkeiten, ähnlich der unregelmäßigen Doppelbrechung der schrumpfenden und aufquellenden Leimgallertprismen (§ 148), die zum Teil von ungleichem Wasserverlust durch ungleichmäßiges Verdampfen an der Kugeloberfläche herührten.

Kugeln aus 20 proz. Leimgallerte mit schwacher negativer Doppelbrechung, welche 24 Stunden in 3 proz. Salpeterlösung gelegen hatten, zeigten Zunahme der negativen Doppelbrechung

und ungeänderte Größe. In 18 proz. Salpeterlösung waren sie nach 5 Stunden aufgelöst.

§ 150. *Doppelbrechung von Kugeln aus Leimgallerte beim Schrumpfen in Alkohol, Benzol, Glyzerin.* Man kann die in Wasser aufgequollenen Leimkugeln mit der Doppelbrechung Null in Alkohol, Benzol oder Glyzerin legen. Damit sie in Glyzerin untersinken, werden sie auf eine Stecknadel gespießt und mit dieser beschwert. Der Gallerte wird dann Wasser entzogen. Die Kugeln schrumpfen und zeigen dabei negative Doppelbrechung, einer Kompression parallel dem Radius entsprechend. Mit dem Babinetschen Kompensator sieht man dann ein Wellental (Fig. 194, d) vom Rande nach der Mitte der Kugel vorrücken, bei Alkohol schnell, bei den anderen Flüssigkeiten langsam.

Wird die eingeschrumpfte Leimgallertkugel mit negativer Doppelbrechung wieder in Wasser gebracht, so quillt sie wieder auf und ein optisch negativer Sphärokristall ist von einer optisch positiven Kugelschale umhüllt, ähnlich wie bei einer in Luft eingetrockneten Leimgallertkugel, die in Wasser aufquillt. Zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen zeigt sich außer dem schwarzen Kreuz wieder ein schwarzer Ring an der Grenze von innerer negativer Kugel und positiver Kugelschale. Mit einem Gips von  $\lambda$  erscheinen die Quadranten innen und außen verschieden gefärbt (Fig. 194, b).

Mit Babinetschem Kompensator zeigt der dunkle Interferenzstreifen einen Wellenberg am Rande und ein Wellental nahe der Mitte der Kugel (Fig. 194, e), die langsam nach der Mitte fortrücken, flacher und breiter werden.

Durch abwechselndes Einlegen in Wasser und andere Flüssigkeiten kann man den Wechsel der Doppelbrechung wiederholen und umkehren. Die Beobachtungen finden sich in Tab. V, p. 868 zusammengestellt.

Die Größe der Doppelbrechung hängt von der Geschwindigkeit ab, mit der das Wasser der Gallerte entzogen oder zugeführt wird. Eine dadurch bewirkte Druckvermehrung oder Verminderung parallel dem Radius bedingt in der Nachbarschaft immer eine Druckverminderung oder Vermehrung, ähnlich wie bei den schrumpfenden oder aufquellenden Prismen aus Leimgallerte (§ 148).



Tabelle V.

Durchmesser und Doppelbrechung von Kugeln aus 20proz. Gelatinegallerte bei Schrumpfen in Alkohol, Benzol, Glyzerin oder Aufquellen in Wasser.

		2 r	$\delta$				2 r	$\delta$	
			innen	außen				innen	außen
Leimkugel Nr. VI					Leimkugel Nr. VII				
	in Luft	mm	?	0	0		in Wasser	mm	
	in Alkohol	2,4		-0,8		12 <sup>h</sup>	" "	2,80	0
0,1 <sup>h</sup>	in Wasser	3,64	-0,2	+0,2			in Alkohol	1,80	-1,0
12	" "	5,0	(+)	(-)	0,1	in Wasser	2,24	-	+
12	in Alkohol	2,80		-1,0	12	" "	3,80	0	0
0,1	in Wasser	3,72	+0,2	-0,1	4	in Luft	1,24	-0,5	+0,5
Leimkugel Nr. VIII					4	in Benzol	1,26	-0,4	+0,4
	in Luft	3,40	0	0	8	" "	1,24	-0,2	+0,2
	in Glyzerin	2,40		-0,2	Leimkugel Nr. IX				
0,2 <sup>h</sup>	" "	2,80	-0,1	+0,1		in Luft	4,12		
12	" "	3,00	-0,1	+0,2	12 <sup>h</sup>	in Glyzerin	3,16	-0,1	+0,1
24	" "	3,28	-0,1	+0,1	0,13	in Wasser	3,88	-0,05	+0,4
30	" "	3,28	-0,02	+0,1	0,5	" "	4,40	0	+0,03
0,03	in Wasser	3,76	-0,1	+0,04	0,1	in Alkohol	4,08	0	-0,4
2	" "	4,80	+	+	12,0	in Wasser	5,18	0	0
0,02	in Alkohol	4,40	-	-	0,25	in Alkohol	3,84	0	-0,3
12	in Wasser	5,24	0	0	0,25	in Wasser		-	-
0,2	in Alkohol	3,84	0	-0,3	1	" "	4,45	-	+
0,25	in Wasser	-	+	-					
1	" "	4,64	-	-					

Dazu kommt, daß Alkohol, Benzol und Glyzerin in der wasserarmen Leimlösung A und der wasserreichen Leimlösung B verschieden löslich sind, und statt einer Volumenverminderung durch Wasserentziehung bei längerer Einwirkung sogar eine Volumenvermehrung oder Dilatation herbeiführen können.

Bei Ersatz des Wassers durch Alkohol wird die glatte Oberfläche der Leimkugel wellenförmig. Es traten in der Oberfläche der Gallertkugel gewundene Fäden von 0,1 mm Durchmesser mit Anschwellungen und runden Köpfen auf und nach längerer Zeit zeigt die Gallertkugel an einzelnen Stellen posi-

tive, an anderen negative Doppelbrechung. Bei Ersatz des Alkohols durch Wasser erscheinen ähnliche Gebilde mit größerem Durchmesser.

Diese schrumpfenden oder aufquellenden Gallertfäden treffen unter  $120^\circ$  oder  $90^\circ$  oder  $60^\circ$  zusammen und ändern ihre Neigungswinkel mit zunehmendem und abnehmendem Wassergehalt. Alle diese Erscheinungen beweisen, daß sich klärtige Flüssigkeiten bilden, deren Oberflächenspannung mit dem Wassergehalt oder dem Gehalt an Alkohol, Benzol und Glycerin sich ändert.

Die in Alkohol eingeschrumpften Leimgallertkugeln schwimmen beim Einlegen in Wasser und sinken dann unter, während Alkohol aus ihnen in die Höhe steigt, sich an der freien Wasseroberfläche ausbreitet und im umgebenden Wasser Ausbreitungswirbel erzeugt. Nach einiger Zeit werden diese Ausbreitungswirbel periodisch und erscheinen in Zwischenräumen von 1 Min. Dies weist darauf hin, daß sich der Alkohol periodisch aus den Schaumzellen der Gallertkugel ablöst und aus alkoholreicher Leimlösung oder aus den mit alkoholreicher Flüssigkeit gefüllten Schaumkammern entweicht.

§ 151. *Doppelbrechung von Zylindern aus Leimgallerte bei Aufquellen in Wasser und bei Einschrumpfen in Luft, Glycerin, Alkohol.* Aus einer dicken warmen Gelatinelösung wurden mit einem Glasstab Fäden von etwa 1 mm Dicke gezogen. Diese an der Luft erstarrten Gallertfäden wurden mit der Schere in 10 mm lange Stücke zerschnitten, und in einer flachen Glasschale mit dem Polarisationsmikroskop untersucht, mit der Zylinderachse im Azimut  $45^\circ$  oder  $0^\circ$  und  $90^\circ$ .

Schwache Doppelbrechung wurde in Diagonalstellung mit einer Gipsplatte von  $\lambda$  und Mittellinie normal zur Zylinderachse bestimmt, stärkere Doppelbrechung mit dem Babinet'schen Kompensator im Mikroskopokular gemessen, dessen Interferenzstreifen normal zur Zylinderachse lagen.

Die Leimgallertzylinder zeigten kurze Zeit nach der Herstellung im Azimut  $45^\circ$  schwache negative Doppelbrechung, nach 18 stündigem *Eintrocknen in Luft* starke negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Zylinderachse. Die Verschiebung des dunklen Kompensatorstreifens betrug dann für drei Zylinder von 0,4, 0,5 und 0,8 mm Durchmesser am

Rande Null, nahm aber nach der Mitte hin schnell zu bis  $-0,9$  oder  $-1,0\lambda$ .

Im Azimut  $0$  oder  $90^\circ$  zeigten die Leimgallertzylinder zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen ein dunkles Kreuz, und mit einer Gipsplatte von  $\lambda$  die Quadrantenecken gelb und

Leimgallertzylinder.



Fig. 195.

blau gefärbt, wie bei einem negativen Sphärokristall (Fig. 195, a), als ob der Leimzylinder in der Richtung der Pfeile (Fig. 195, b) komprimiert wäre.

Wurden die Leimzylinder in *Wasser* gelegt in Diagonallage, so zeigte der Kompensatorstreifen nach wenigen Minuten am Zylinderrande zwei Hügel, deren Höhe schnell bis  $0,4$  und  $0,9\lambda$  zunahm, während das dazwischen liegende Tal von  $-1\lambda$  bis  $0$  gehoben wurde. Nach 3 Stunden war nur noch in der Mitte des Zylinders eine schwache Senkung

Leimgallertzylinder.

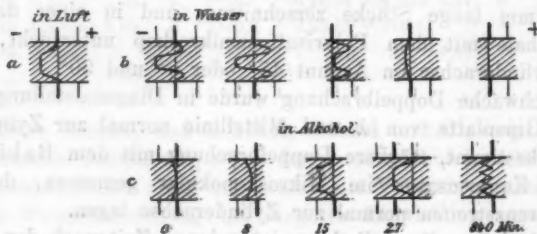


Fig. 196.

von  $-0,2$  bis  $-0,1\lambda$  zu bemerken, die nach 6–12 Stunden auch wieder unmerklich geworden, oder ganz verschwunden war. Fig. 196, b zeigt die Gestalt des Kompensatorstreifens zu verschiedenen Zeiten.

Die Kompression normal zur Zylinderachse schwindet nach Einlegen in Wasser schnell, indem zwei Dilatationswellen von außen nach dem Innern des Gallertzylinders vorrücken, deren Höhe erst zu- und später wieder abnimmt, während die Durchmesser der Leimzylinder durch das Aufquellen von 1,4 bis 2 mm zugenommen haben.

Kurze Zeit nach dem Einlegen in Wasser zeigten die Leimgallertzylinder im Azimut 0 und  $90^\circ$  mit einer Gipsplatte die Quadranten in gleicher Färbung, wie bei einem positiven Sphärokristall (Fig. 195, c), als ob der Leimzylinder in der Richtung der Pfeile (Fig. 195, d) gedehnt wäre.

In einzelnen Fällen zeigten die Quadranten an den Enden der in Wasser aufgequollenen Leimgallertzylinder die Farben eines positiven, daneben im Innern die Farben eines negativen Sphärokristalles.

Wurde der in Wasser aufgequollene Leimgallertzylinder mit der Doppelbrechung Null in *Glyzerin* gelegt im Azimut  $45^\circ$ , so zeigte der Kompensatorstreifen am Rande des Gallertzylinders zwei kleine Täler von  $+0,05 \lambda$ , die langsam nach der Mitte fortrückten und dabei breiter wurden. Nach 1 Stunde war der Kompensatorstreifen in der Mitte um  $-0,02 \lambda$  gesenkt, nach 12 Stunden um  $0,02 \lambda$  gehoben. Doch schwankten die Erscheinungen bei den einzelnen Zylindern.

Bei mehreren Leimgallertzylindern habe ich mehrfach am Rande Tal und Hügel und gleichzeitig in der Mitte Hügel und Tal des Kompensatorstreifens wechseln sehen wie die stehenden Wellen einer Wellenrinne oder eines Fadens. Nur war die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Dilatationswellen und Kompressionswellen in der Leimgallerte sehr gering.

Im Azimut 0 und  $90^\circ$  zeigten die Gallertstäbchen beim Einschrumpfen in *Glyzerin* in den vier Quadranten die Polarisationsfarben, wie ein negativer Sphärokristall (Fig. 195, a), in einigen Fällen an den Enden die Farben eines positiven, daneben im Innern schwach die Farben eines negativen Sphärokristalles.

Bei Einschrumpfen in *Alkohol* entstanden am Rande der Gallertzylinder auf dem Kompensatorstreifen in wenigen Minuten zwei Täler von  $-0,1 \lambda$ . Nach 6 Min. war der Streifen in der Mitte um  $-0,2 \lambda$ , nach 30 Min. um  $-1 \lambda$  verschoben.

Im Azimut 0 und  $90^\circ$  zeigten die Quadranten der Leim-

zylinder in Alkohol mit einer Gipsplatte die Polarisationsfarben eines negativen Sphärokristalles (Fig. 195, a).

In Fig. 196, c habe ich die Gestalt des Kompensatorstreifens für einen Leimgallertzylinder von 1,27 mm Durchmesser gezeichnet, der im Azimut  $45^\circ$  0, 8, 15, 27 und 840 Min. in Alkohol gelegen hatte, und in 27 Min. auf den Durchmesser 0,56 mm eingeschrumpft war.

In Alkohol entstanden auf der Außenfläche der Leimgallertzylinder 5 bis 6 dünnere Zylinder, wellenförmige oder schraubenförmige Rippen von 0,04 mm Durchmesser, die gleichmäßig über die Außenfläche verteilt waren und dadurch kleine Schwankungen der Doppelbrechung veranlaßten. Die Enden der Gallertzylinder waren trichterförmig eingezogen.

Übrigens hat schon V. v. Ebner<sup>1)</sup> an Leimfäden in Alkohol eine fibrilläre Struktur und energische negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Längsrichtung der Fäden beobachtet. Durch längeres Liegen in Alkohol verschwand die fibrilläre Struktur.

Meine Messungen finden sich in der Tab. VI übersichtlich zusammengestellt.

Tabelle VI.  
Leimgallertzylinder.

Azimut =		$45^\circ$		0 und $90^\circ$
		$\delta$		Quadrantenfarben
		innen	außen	
in Luft		-1,0 $\lambda$	0 $\lambda$	negativ
0,03 <sup>b</sup>	in Wasser	-1	+0,4	positiv
0,1	" "	-1	+0,7	
0,2	" "	0	+0,9	
3,0	" "	-0,2	0	0
7,0	" "	0	0	
0,1	in Glyzerin	0	-0,05	neg. (von pos. umhüllt)
1	" "	-0,02	-0,05	
8	" "	-0,03	+0,03	
12	" "	+0,02	-0,1	
0,03	in Alkohol	0	-0,1	
0,1	" "	-0,2	-0,2	
0,5	" "	-1,0	0	

1) V. v. Ebner, Anisotropie p. 227. 1882.

§ 152. *Doppelbrechung von Leimgallertkugeln durch Druck.*  
 Wurde eine Leimgallertkugel (§ 149—150) von 2 mm Durchmesser mit sehr schwacher positiver Doppelbrechung zwischen den parallelen Flächen einer Pinzette gedrückt, parallel zur Mittellinie einer gleichzeitig eingeschalteten Gipsplatte von  $\lambda$ , so sank die Farbe in der Mitte der Kugel von rot auf orange, gelb, gelbgrün und zeigte bei weiterem Druck ein schwarzes Quadrat und eine graue Fläche, dessen schwarze Seiten parallel und normal zur Druckrichtung lagen. Bei Druck normal zur Mittellinie des Gipses stieg die Farbe von rot durch blau blaugrün weiß zu gelb. Die Seiten der gelben quadratischen Fläche lagen wieder parallel und normal zur Druckrichtung.

Wurde eine in Wasser aufgequollene Kugel aus Leimgallerte, die ein positiver Sphärokristall mit starker Doppelbrechung war, zwischen den ebenen Flächen einer Pinzette gedrückt im Azimut  $-45^\circ$  oder  $+45^\circ$ , so verwandelte sich das dunkle Kreuz in zwei Hyperbeläste, die mit zunehmendem Druck in der Druckrichtung weiter auseinander rückten

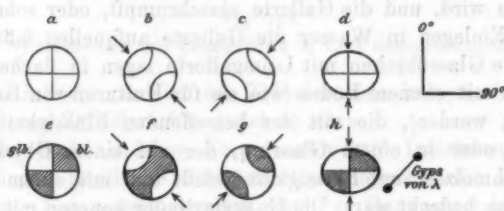


Fig. 197.

(Fig. 197, a, b, c). Beim Drücken im Azimut  $0^\circ$  wurde die Kugel ein Ellipsoid mit dunklem Kreuz, dessen Schenkel parallel den Polarisations Ebenen der gekreuzten Nicolschen Prismen lagen (Fig. 197, d). Mit einer gleichzeitig eingeschalteten Gipsplatte von  $\lambda$  behielten die nicht mehr von geraden Linien, sondern von Hyperbeln begrenzten Quadranten ihre Färbung, welche sie ohne Druck gehabt hatten (Fig. 197, e, f, g, h).

Nach Aufheben des Druckes nahmen die Kugeln, dunkeln Kurven und Polarisationsfarben sofort wieder die frühere Gestalt und Färbung an.

Alle Gallertkugeln deformierten sich ein wenig durch ihr Gewicht im Laufe mehrerer Tage, bestanden also aus klebriger Flüssigkeit oder flüssiger Gallerte (§ 80).

§ 153. *Doppelbrechung von Leimgallerte in Glasröhrchen bei Schrumpfen in Luft.* Frisch gezogene hohle Glasfäden von 0,5 bis 3 mm Durchmesser wurden mit warmer 10- oder 20proz. Gelatinelösung gefüllt, unten zugeschmolzen in eine lange Glasröhre mit Wasser gehängt, darin auf 100° erwärmt und langsam mit dem Wasser erkalten gelassen. Öartige Lamellen, welche sich aus der Leimlösung beim Erkalten abscheiden, werden normal zur Glaswand stehen und auch nach dem Erstarren diese Lage beibehalten und an der Glaswand haften.

Von dem langen mit Leimgallerte gefüllten Glasfaden wurden mit dem Glasmesser Stücke von 3 bis 20 mm Länge abgeschnitten. Zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen zeigte die Leimgallerte keine Doppelbrechung, mochten die Lichtstrahlen parallel oder normal zur Zylinderachse hindurchgehen.

Die Doppelbrechung tritt aber auf, sobald der Gallerte durch Verdunsten oder Einlegen in Glycerin Wasser entzogen wird, und die Gallerte einschrumpft, oder sobald man durch Einlegen in Wasser die Gallerte aufquellen läßt.

Die Glasröhrchen mit Leimgallerte lagen in flachen Glaschalen mit ebenem Boden (wie sie für Kulturen von Bakterien benutzt werden), die mit der betreffenden Flüssigkeit gefüllt waren, oder in einem Glasring, der auf einem Objektträger aufgeschmolzen, mit Flüssigkeit gefüllt und mit einem runden Deckglas bedeckt war. Die Gallertzylinder konnten mit bloßem Auge oder auf dem Objektisch eines Polarisationsmikroskopes untersucht werden in horizontaler oder vertikaler Lage. In letzterem Fall wurden sie an die Zylinderwand des Glasringes gelehnt, oder zwischen die vertikalen Flächen von zwei gleichzeitig eingelegten Glasprismen gebracht, die mit zwei Kautschukringen gegeneinander gedrückt waren.

*Leimgallerte in Luft eingeschrumpft.* Zylinderachse im Azimut 45°. Lagen die Polarisationsebenen der gekreuzten Nicolschen Prismen im Azimut 0° und 90°, und im Azimut 45° die Längsrichtung des horizontalen Gallertzylinders, welcher in Luft etwas eingetrocknet war, so erschien das Röhrchen in der Mitte dunkel, an den Enden hell (Fig. 198, b).



Glasröhrchen mit 20-, 10- und 5 proz. Gelatinegallerte zeigten beim Eintrocknen in Luft um so eher und um so stärkere Doppelbrechung an den Enden, je größer der Leimgehalt war.

Mit einer Gipsplatte von  $\lambda$ , deren Mittellinie parallel der Röhrenachse lag, erschienen die von konkaven Flächen begrenzten Gallertenden gelb (Fig. 198, e), zeigten negative Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der Zylinderachse, als

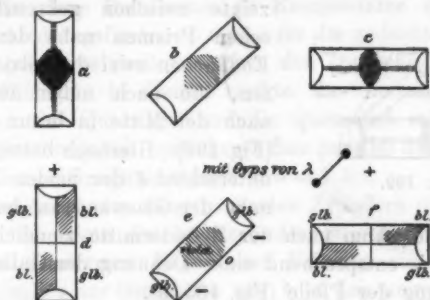


Fig. 198.

Glasröhrchen mit Leimgallerte in Luft eingeschrumpft.

ob die Gallerte parallel der Zylinderachse komprimiert (oder normal zur Zylinderachse gedehnt) wäre.

Am Babinetschen Kompensator mit Interferenzstreifen normal zur Endfläche des Gallertzylinders war die Verschiebung der Kompensatorstreifen oder der Gangunterschied  $\delta$  an den Enden am größten und nahm nach der Mitte zu schnell auf Null ab. Derselbe war bei 20 proz. Leimgallerte für Röhrchen von  $15 \times 4$ ,  $7,5 \times 3,2$  und  $8,2 \times 2,5$  mm nahezu gleich groß. Es betrug der Gangunterschied  $\delta$

	bei 20 proz.	10 proz.	5 proz. Leim
nach 3 Stunden	- 1,9 $\lambda$	- 0,2 $\lambda$	-
" 24 "	- 3,0		

Bei 10 proz. Leimgallerte war die Doppelbrechung für kurze Röhrchen größer als für lange Röhrchen und nahm  $\delta$  von dem konkaven Ende nach der Mitte des Gallertzylinders zu.

Zylinderachse im Azimut  $0^\circ$  und  $90^\circ$ . Steht die Achse des Gallertzylinders im Azimut  $0^\circ$  oder  $90^\circ$ , so erscheint ein

schwarzes Kreuz, mit einer Gipsplatte von  $\lambda$  im Azimut  $45^\circ$  erscheinen die ungeraden Quadranten blau, die geraden Quadranten gelb, wie wenn der Leimzylinder in der Richtung der Kurven (Fig. 195, d) gedehnt wäre, die unter  $45^\circ$  auf die Glaswand auftreffen. Die Dilatation ist am Ende der Gallertzylinder größer als in der Mitte.

Ein Zylinder von 10 Proz. Leimgallerte, der 5 Stunden lang in einem Glasröhrchen an der Luft eingetrocknet war,



Fig. 199.

zeigte zwischen gekreuzten Nicolischen Prismen nahe den konkaven Endflächen zwei dunkelviolette Streifen, die nach außen in blaugrün, nach der Mitte in braun übergingen (Fig. 199). Hiernach betrug der Gangunterschied  $\delta$  der beiden Lichtwellen nahe der Glaswand an der Endfläche — 1,3  $\lambda$  und nahm nach der Zylindermitte ziemlich rasch ab auf — 0,9  $\lambda$ , entsprechend einer Dehnung der Gallertmasse in der Richtung der Pfeile (Fig. 195, d).

*Zylinderachse parallel den durchgehenden Lichtstrahlen.* Blickt man normal auf die Endflächen der Gallertzylinder, welche durch Eintrocknen in Luft eingeschrumpft sind, so zeigen dieselben zwischen gekreuzten Nicolischen Prismen ein dunkles Kreuz und mit einer gleichzeitig eingeschalteten Gipsplatte die Polarisationsfarben eines negativen Sphärokristalls (Fig. 194, o), als ob der Gallertzylinder parallel dem Radius komprimiert oder normal zum Radius gedehnt wäre.

*Leimgallerte in Glasröhrchen, in Luft eingetrocknet.* 20 Proz. Leimgallerte war in Glasröhrchen von  $10 \times 1,8$  mm  $2\frac{1}{2}$  Jahre

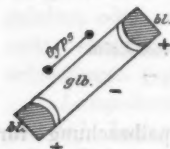


Fig. 200.

lang eingetrocknet zu zwei nach außen konkaven Querwänden in 2,5 mm Entfernung von den Enden des Glasröhrchens und zu einem dünnen Überzug der inneren Glaswand. Mit der Zylinderachse im Azimut  $45^\circ$  erschien der hohle Leimzylinder zwischen gekreuzten Nicolischen Prismen hell; mit einer gleichzeitig eingeschalteten Gipsplatte von  $\lambda$  und der Mittellinie parallel der Zylinderachse waren die Röhrenenden blau, die Mitte zwischen beiden Querwänden gelb

(Fig. 200). Die Farben waren in der Mitte des Zylinders am lebhaftesten. Am Rande des Zylinders war die Doppelbrechung schwach oder Null.

Im Azimut  $45^\circ$  zeigt also der hohle Leimzylinder außerhalb der Querwände positive, innerhalb der Querwände negative Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der Zylinderachse. Der Leimzylinder ist parallel der Zylinderachse außerhalb der Querwände gedehnt, zwischen den Querwänden komprimiert. Mit dem Babinetschen Kompensator wurde der Gangunterschied  $\delta$  gefunden  $+0,05\lambda$  für die gedehnte,  $-0,2\lambda$  für die komprimierte Stelle zwischen den Querwänden.

Nach Einlegen in Benzol zeigte der Leimzylinder zu beiden Seiten der Querwand und die Querwand selbst negative Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der Zylinderachse mit einem Gangunterschied  $\delta = -1\lambda$ .

Lag die Achse des eingetrockneten Zylinders (in Luft) im Azimut  $0^\circ$ , so zeigte der Leimzylinder zwischen den Querwänden mit gekreuzten Nicolschen Prismen ein schwarzes Kreuz, und mit einer Gipsplatte von  $\lambda$  in den ungeraden und geraden Quadranten verschiedene Polarisationsfarben wie ein negativer Sphärokristall (Fig. 195, a) entsprechend einer Kompression der Leimmasse in der Richtung der Kurven mit Pfeilen (Fig. 195, b), die unter  $\pm 45^\circ$  gegen die Glaswand geneigt sind.

§ 154. *Luftblasen in Leimgallerte. Doppelbrechung.* Eingeschrumpfte oder eingetrocknete Leimgallerte, in der Luftblasen enthalten sind, zeigt in der Nähe dieser Luftblasen

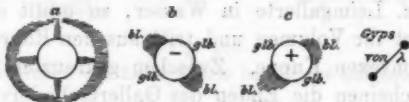


Fig. 201.

Luftblasen in Leimgallerte.

dasselbe schwarze Kreuz und dieselben Polarisationsfarben wie ein negativer Sphärokristall (Fig. 201, a) mit optischer Achse parallel dem Radius der Luftblase, als ob die Leimgallerte parallel dem Radius komprimiert wäre, ähnlich wie eine in Luft eingeschrumpfte Kugel aus Leimgallerte (§ 149).

Beim Aufquellen in Wasser wurde diese negative Doppelbrechung Null und ging in positive Doppelbrechung über. In Leimgallerte, welche in einem Uhrglas eingetrocknet und in Wasser aufgequollen war, zeigte die Umgebung von Luftblasen von 0,4 mm Durchmesser schwache, von 1—2 mm Durchmesser starke positive Doppelbrechung mit optischer Achse normal zum Umfang (Fig. 201, c). Bei den größeren Luftblasen folgte auf eine Zone mit positiver Doppelbrechung außen eine Zone mit schwacher negativer Doppelbrechung.

Glasfäden mit 10 proz. Leimgallerte, welche an einem Ende aufgeschnitten, am anderen Ende geschlossen waren und 3 Wochen in freier Luft gelegen hatten, enthielten eine Reihe Luftbläschen mit spitzen Enden, die der freien Gallertkuppe zugewandt waren. Die eingeschrumpfte Gallerte zeigte für eine 10 mm lange Reihe Luftblasen nahe dem offenen Ende des Glasfadens dieselben Polarisationsfarben wie ein negativer Sphärokristall, in der Nähe der anderen Luftblasen die Farben eines positiven Sphärokristalles. Für die ersteren war also die eingeschrumpfte Leimgallerte komprimiert, für die letzteren gedehnt in der Nähe der von Luft begrenzten Oberfläche parallel der Oberflächennormalen.

Auch ohne Luftblasen konnte man schon in der eingeschrumpften Gallertmasse kugelförmige Absonderungen mit spitzen Enden und Doppelbrechung beobachten an einzelnen gleichförmig in dem Leimgallertzylinder verteilten Stellen.

§ 155. *Doppelbrechung von Leimgallerte in Glasröhrchen bei Aufquellen in Wasser.* Legt man die Glasröhrchen mit 20- oder 10 proz. Leimgallerte in Wasser, so quillt die Gallerte auf, vermehrt ihr Volumen und tritt aus den Röhrchen hervor mit einer konvexen Kuppe. Zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen erscheinen die Enden des Gallertzylinders hell, wenn die Zylinderachse im Azimut  $45^\circ$  liegt. Mit einer Gipsplatte von  $\lambda$  und Mittellinie parallel zur Zylinderachse erscheinen die Enden des Gallertzylinders blau (Fig. 202, c) und sind in der Richtung der Zylinderachse gedehnt, umgekehrt wie bei den in Luft geschrumpften Gallertzylindern, welche parallel der Zylinderachse komprimiert waren (§ 153). Die Mitte ist rot oder zuweilen gelb, d. h. ungeändert oder parallel der Zylinderachse komprimiert.

Das Maximum des Gangunterschiedes  $\delta$  betrug am Ende eines Gallertzylinders von  $11 \times 2,26 \text{ mm} + 0,03 \lambda$ , auch noch in einem Stück der Gallerte außerhalb des Glasröhrchens. Der Gangunterschied  $\delta$  nahm von den Enden nach der Mitte des Röhrchens ab, war in der Mitte Null, und in gleicher Entfernung vom Röhrenende in der Mitte des Zylinders größer als an der Seite.

Ein zwei Jahre alter Gallertzylinder von  $10 \times 1,6 \text{ mm}$  mit 20 proz. Gelatine zeigte keine Doppelbrechung. Nach dreistündigem Aufquellen in Wasser war der Gangunterschied  $\delta$  am äußersten Ende der konvexen Kuppe Null, außerhalb der Röhre näher dem Röhrenende,  $+0,1 \lambda$ , nahm im Innern der Röhre auf einer Strecke von 0,25 mm bis 0,3  $\lambda$  zu, und fiel dann wieder allmählich gegen die Mitte hin auf Null.

In einem Glasröhrchen von  $6 \times 1,9 \text{ mm}$  mit ähnlicher 20 proz. Leimgallerte war nach 6 Stunden Aufquellen in Wasser  $\delta = 0,4 \lambda$  in 0,5 mm Abstand vom Ende.

In Wasser aufgequollene Leimgallerte in Glasröhrchen mit Zylinderachse im Azimut  $0^\circ$  oder  $90^\circ$  zeigte zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen ein dunkles Kreuz, wie ein in Luft eingeschrumpfter Gallertzylinder (Fig. 202, a). Aber mit

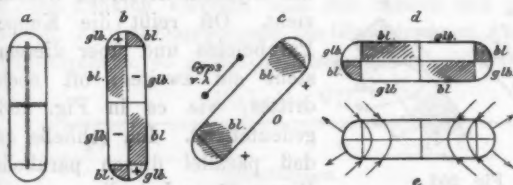


Fig. 202.

Glasröhrchen mit Leimgallerte in Wasser aufgequollen.

einer Gipsplatte von  $\lambda$  zeigen die vier Quadranten umgekehrte Polarisationsfarben wie die in Luft eingeschrumpften Gallertzylinder in Glasröhrchen (Fig. 198, d, f). Die Gallerte ist in der Richtung der Kurven mit Pfeilen, die unter  $45^\circ$  gegen die Glaswand geneigt sind, komprimiert (Fig. 195 b). Die Kompression nimmt von der Mitte nach den Enden und nach dem Umfang der Gallertzylinder zu. Die Farbenänderung der Gipsplatte ist in dickeren Röhrchen größer als in dünneren

Röhrchen, und bei 20 proz. Leimgallerte größer als bei 10 proz.

Nach sechsstündigem Aufquellen in Wasser zeigte die konvexe Kuppe der Gallertzylinder in Glasröhrchen die Polarisationsfarben eines positiven Sphärokristalles, war in der Richtung des Radius der kugelförmigen Kuppe gedehnt, während in den benachbarten Teilen des Gallertzylinders die negative Doppelbrechung oder Kompression geblieben war (Fig. 202, c, b, d, e).

Bei Durchgang des Lichtes parallel der Zylinderachse habe ich nur in sehr seltenen Fällen für die in Wasser aufgequollene Leimgallerte Doppelbrechung nachweisen können. Mit einer Gipsplatte erhielt ich dann die Polarisationsfarben eines negativen Sphärokristalles, was auf eine schwache radiale Kompression der in Wasser aufgequollenen Leimgallerte im Innern des Glasröhrchens hindeutet.

§ 156. *Doppelbrechung von Leimgallerte in Glasröhrchen bei Einschrumpfen in Glycerin.* Legt man die Glasröhrchen mit 10- oder 20 proc. Leimgallerte in Glycerin, so bildet sich an den Enden eine Einsenkung in Form eines Rotationsparaboloids, und das Volumen der Gallerte nimmt ab, indem

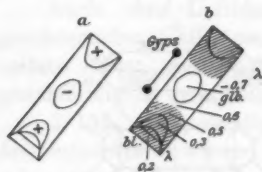


Fig. 203.

Glasröhrchen mit Leimgallerte in Glycerin.

das Glycerin derselben Wasser entzieht. Oft reißt die Kuppe des Paraboloids und über diesem entsteht ein zweites, oft noch ein drittes, wie es in Fig. 203 angedeutet ist. Ich schließe daraus, daß parallel diesen parabolischen Rissen dünne Lamellen wasserarmer Leimlösung  $\lambda$  gelegen haben, welche bei Wasserentziehung durch das

Glycerin weniger geschrumpft sind als die umgebende wasserreichere Leimlösung  $B$ .

Leimgallerte in Glasröhrchen mit der Achse im Azimut  $45^\circ$  zeigen starke Doppelbrechung. Zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen erscheinen die Enden und die Mitte hell, durch ein schwarzes Viereck voneinander getrennt, dessen Diagonale parallel der Zylinderachse liegt. In der Peripherie des Vierecks ist die Dilatation Null. Innerhalb des Vierecks

ist die Gallerte komprimiert parallel der Zylinderachse, außerhalb des Vierecks dilatiert parallel der Zylinderachse, denn bei gleichzeitigem Einschalten einer Gipsplatte von  $\lambda$  mit der Mittellinie parallel der Zylinderachse erscheint der Zylinder außerhalb des Vierecks blau oder blaugrün, innerhalb des Vierecks orange oder gelb (Fig. 203, b). Je kürzer die Glasröhrchen sind, um so schneller wird die Gallerte nach Einlegen in das Glycerin doppeltbrechend. Nach längerer Einwirkung des Glycerins ist die Farbenänderung der Gipsplatte bei weiteren Röhrchen größer als bei engen Röhren, bei gleichem Durchmesser in Röhren von 5—20 mm Länge dieselbe.

Die Farbenänderung der Gipsplatte ist nahe der Kuppe der parabolischen Einsenkung am größten. In derselben Entfernung vom Ende zeigen Rand und Mitte des Gallertzylinders nahezu dieselbe Polarisationsfarbe. Es muß also die Dilatation der Gallerte in den dünneren Schichten, am Rande des Gallertzylinders, größer sein als in der Mitte.

Das Viereck erscheint in langen engen Röhren gestreckt, in kurzen weiten Röhren zusammengedrückt in der Richtung der Zylinderachse. Nennt man  $a$  den Abstand der Kuppe der parabolischen Einsenkung vom Ende des Glasröhrchens,  $b$  die Breite des dunklen Vierecks oder der Stellen mit der Dilatation Null,  $2r$  den Durchmesser des Glasröhrchens,  $l$  die Länge des Glasröhrchens, so gaben die Messungen folgende Resultate:

Tabelle VII.

$2r$	$l$	$a$	$b$
Glasröhrchen			
mit 10 proz. Leimgallerte in Glycerin			
min	mm	mm	mm
1,70	12,4	2,15	1,45
"	6,0	2,1	1,8
"	4,6	1,57	0,9
mit 20 proz. Leimgallerte in Glycerin			
2,38	13,6	3,0	3,0
"	7,5	2,5	1,52
1,70	11,2	2,2	2
"	7,4	2,45	1,4
0,67	12,4	0,95	2,2
"	9,4	0,9	1,2
"	6,6	0,75	1,05
"	4,6	—	0,7
"	2,5	—	0,4



Zuweilen treten zwei Vierecke auf nahe den Röhrenden. Innerhalb der Vierecke ist die Leimgallerte komprimiert, zwischen den Vierecken gedehnt parallel der Röhrenachse.

Mit einem Babinetschen Kompensator wurde der Gangunterschied  $\delta$  der Lichtwellen, parallel und normal zur Zylinderachse polarisiert, gemessen für die verschiedenen Stellen der Gallerte. Derselbe wechselte mit der Natur der Röhren und der Dauer der Einwirkung des Glyzerins. Als Beispiel habe ich in Fig. 203, *b* für ein Röhren mit 20 proz. Leimgallerte den Gangunterschied  $\delta$  angegeben in Bruchteilen einer Wellenlänge.

Bei anderen Röhren war  $\delta$  in der Mitte Null und nahm nach dem Rande zu bis  $0,2\lambda$ .

Liegt die Achse der Glasröhren im Azimut  $0^\circ$  oder  $90^\circ$  zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen, so teilt ein schwarzes Kreuz das vom Gallertzylinder erhellte Gesichtsfeld in vier Quadranten, die mit einer Gipsplatte von  $\lambda$  wie bei einem positiven Sphärokristall gefärbt erscheinen (Fig. 198, *c, f*). Die Gallerte ist gedehnt in der Richtung der Kurven mit Pfeilen (Fig. 195, *d*), welche unter  $45^\circ$  gegen die Glaswand geneigt sind. Die Dilatation nimmt von der Mitte nach den Enden und dem Rande des Gallertzylinders zu, ist bei 10 proz. Leimgallerte geringer als bei 20 proz., und kann am Rande der Gangunterschied  $\delta + 0,8\lambda$  betragen.

Bringt man den Gallertzylinder vertikal in Glyzerin zwischen gekreuzte Nicolschen Prismen, so daß das Licht parallel der Zylinderachse hindurchgeht, so erscheinen mit einer gleichzeitig eingeschalteten Gipsplatte die Polarisationsfarben eines negativen Sphärokristalles mit optischer Achse parallel dem Zylinderradius, entsprechend einer Kompression der Gallertmasse in dieser Richtung. Die Farbenänderung der Gipsplatte durch den Gallertzylinder ist am Rande größer als in der Mitte, die Kompression nimmt von innen nach außen zu.

§ 157. *Wiederaufquellen der in Glyzerin eingeschrumpften Leimgallerte in Wasser.* Wurden die Glasröhren mit Leimgallerte, welche in Glyzerin eingeschrumpft waren (§ 156), sechs Tage lang in Wasser gelegt, so quoll die Leimgallerte wieder auf, bildete kugelförmige Kuppen außerhalb der Enden des Glasröhrchens und zeigte im Innern mit einer Gipsplatte

dieselben Polarisationsfarben, wie sie ohne Einlegen in Glycerin erhalten waren (§ 155). Für Röhrchen im Azimut  $45^\circ$  zeigte sich wieder eine blaue Färbung, einer Dehnung des Gallertzylinders parallel der Röhrenachse entsprechend. Aber in den äußersten Kuppen der aus dem Rohrende hervorstehenden Gallertmassen trat oft eine gelbe Färbung auf, die hier eine Kompression der Gallertmasse parallel der Röhrenachse nachwies.

Leimgallerte in Glasröhrchen, welche zwei Jahre lang in Glycerin gelegen hatte, quoll nicht mehr in kaltem Wasser auf und war dauernd doppeltbrechend geworden in der § 156 beschriebenen Weise. Die konkaven parabolischen Kuppen an den Enden der Glasröhrchen hatten sich durch die lange Einwirkung des Glycerins teilweise deformiert und kegelförmige Gestalt angenommen. Die Gallerte erschien in der Nähe der Endflächen braungelb.

§ 158. *Doppelbrechung von Leimgallerte in Glasröhrchen bei Einschrumpfen in Alkohol.* Legt man Röhrchen mit 10- oder 20 proz. Leimgallerte in 90 proz. Alkohol, so schrumpft die Gallerte schneller ein als in Glycerin. Die Enden der Gallertzylinder werden konkav, zeigen mit einer gleichzeitig eingeschalteten Gipsplatte, deren Mittellinie parallel der Zylinderachse im Azimut  $45^\circ$  steht, gelbe Färbung und negative Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der Zylinderachse, einer Kompression der Leimgallerte parallel der Zylinderachse entsprechend.

Sehr bald trat aber auch nach dem Innern der Gallerte eine blaue Färbung auf, einer positiven Doppelbrechung oder einer Dehnung parallel der Zylinderachse entsprechend.

Nach einer Stunde erschienen zwischen gekreuzten Nicolischen Prismen zwei dunkle Bogen an den Enden und eine dunkle Ellipse in der Mitte (Fig. 204, c). Mit einer gleichzeitig eingeschalteten Gipsplatte von  $\lambda$  und Mittellinie parallel der Zylinderachse erschienen die Enden des Gallertzylinders orange, die Ellipsenfläche gelb, der Zwischenraum blaugrün (Fig. 204, d). Es waren also Enden und Mitte negativ doppeltbrechend oder komprimiert parallel der Zylinderachse, die dazwischen liegenden Teile aber positiv doppeltbrechend oder gedehnt.

Mit dem Babinetschen Kompensator und Interferenzstreifen parallel der Zylinderachse sah man an den Enden von 10 proz. Leimgallerte eine Verschiebung des Interferenzstreifens um  $-1\lambda$ , die nach 20 Minuten auf  $-0,7\lambda$  gesunken und jetzt von einer Verschiebung um  $+0,4\lambda$  auf einer breiten Strecke im Innern des Zylinders begleitet war. Nach acht Stunden betrugen diese Verschiebungen  $-0,7$  und  $+0,1\lambda$ .

Bei 20 proz. Leimgallerte in einem Röhrchen von  $6,2 \times 1,2\text{ mm}$  traten Doppelbrechung und Verschiebung der Interferenzstreifen langsamer auf als bei 10 proz. Leimgallerte. Die Verschiebungen betrugen an den Stellen  $A B C$  (Fig. 204, e)

Tabelle VIII.

zur Zeit 0<sup>h</sup> 0,1<sup>h</sup> 0,33<sup>h</sup> 1<sup>h</sup> 2<sup>h</sup> 9-22<sup>h</sup>

Röhrchen mit 20 proz. Leimgallerte in Alkohol.

		$\lambda$				$\lambda$
bei A	$\delta = 0$	-0,4	-1,0	-0,75	-1,0	-0,8
„ B	$\delta = 0$	0	+0,2	+0,3	0,35	+0,3
„ C	$\delta = 0$	0	0	-0,2	-0,3	-0,4

Dann in Wasser.

zur Zeit 0<sup>h</sup> . . . . . 3<sup>h</sup>

		$\lambda$		$\lambda$
bei A	$\delta = -0,3$	+0,3	0,3	0
„ B	$\delta = +0,3$	-0,3	0	0,2
„ C	$\delta = -0,4$	-0,4	-0,4	-0,4

Lag die Zylinderachse im Azimut  $0^\circ$  oder  $90^\circ$ , so erschien zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen ein schwarzes Kreuz

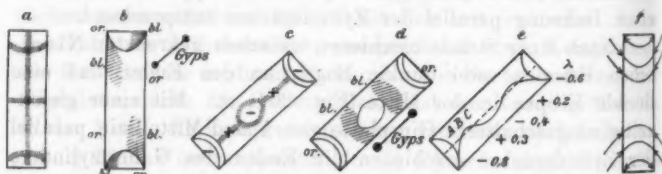


Fig. 204.

Glasröhrchen mit Leimgallerte in Alkohol.

mit zwei schwarzen Bogen am Ende des Gallertzylinders (Fig. 204, a), mit einer Gipsplatte von  $\lambda$  im Azimut  $45^\circ$  waren

die ersten und dritten Quadranten in der Mitte blau, an den Enden gelb gefärbt (Fig. 204, *b*). Der Gallertzylinder war nahezu parallel den Kurven mit Pfeilspitzen (Fig. 204, *f*) in der Mitte komprimiert, an den Enden gedehnt in Richtungen, die die Glaswand unter  $45^\circ$  trafen.

Die Erscheinungen verlaufen für Alkohol ähnlich, aber schneller als bei dem Einschrumpfen der Gallertzylinder in Glycerin, nur tritt die negative Doppelbrechung oder Kompression an den Enden hinzu. Auch hier wandern längs der Interferenzstreifen im Babinetschen Kompensator ein steiles Wellental und ein flacher, breiter Wellenberg (einer Verdichtung und einer Dilatation parallel der Zylinderachse entsprechend) langsam nach dem Innern des Gallertzylinders fort, die allmählich niedriger und breiter werden, ähnlich wie bei dem Einschrumpfen einer Gallertkugel in Alkohol (§ 150).

Zur besseren Übersicht lasse ich eine Zusammenstellung der Resultate folgen bei Aufquellen in Wasser oder bei Schrumpfen in Luft, Glycerin und Alkohol für Leimgallerte in Glasröhrchen im Azimut  $45^\circ$  oder  $0^\circ$  und  $90^\circ$ . In letzterer Lage geben die Quadranten der Röhrchen mit einer Gipsplatte dieselben Farben wie ein positiver oder negativer Sphärokristall (§ 42).

Tabelle IX.

Doppelbrechung von Leimgallerte in Glasröhrchen.

Azimut =	$45^\circ$		$0^\circ$ und $90^\circ$
Glasröhrchen mit Leimgallerte in	Dilatation $\pm$ Röhrenachse für Ende      Mitte		Quadrantenfarben wie bei Sphärokristall
Wasser	+	0 (-)	negativ (von pos. umhüllt)
Luft	-	0	positiv
Glycerin	+	-	positiv
Alkohol	-	+ - +	negativ (von pos. umhüllt)

(Fortsetzung im nächsten Heft).

## 2. Über die galvanomagnetischen und thermomagnetischen Effekte in verschiedenen Metallen; von H. Zahn.

Die verschiedenen eigentümlichen Erscheinungen, die auftreten, wenn eine von einem elektrischen bez. Wärmestrom durchflossene Metallplatte in ein Magnetfeld gebracht wird und die gewöhnlich als galvanomagnetische bez. thermomagnetische Effekte bezeichnet werden, haben zum Teil schon seit längerer Zeit theoretische Bearbeitungen<sup>1)</sup> gefunden, welche die Tatsachen gut darstellen. Jedoch sind dieselben meist nur mathematische Beschreibungen der einzelnen Effekte, oder aber sie bringen, wie die Theorie von Goldhammer, nur einige der beobachteten Erscheinungen in engere Beziehung zueinander. Erst in verhältnismäßig neuer Zeit ist durch die Elektronentheorien der Metalle von Riecke<sup>2)</sup> und Drude<sup>3)</sup> ein innerer Zusammenhang dieser Effekte hergestellt worden. In diesen Theorien sind nicht nur die die Erscheinungen beschreibenden Gesetze abgeleitet, sondern es sind auch die in den Gleichungen auftretenden Koeffizienten, die Konstanten des Metalles auf Größen zurückgeführt, die teils universeller Natur sind, teils vom Standpunkte der Elektronentheorie aus auch bei anderen Vorgängen auftreten oder spezieller ausgedrückt: es sind die Effekte an einem stromdurchflossenen Metall im Magnetfeld in Beziehung gebracht zu der elektrischen und thermischen Leitfähigkeit und zu den thermoelektrischen Eigenschaften des Metalles.

1) H. A. Lorentz, Arch. Néerl. 19. p. 123. 1884; L. Boltzmann, Wien. Anz. Nr. 10. p. 77. 1886; Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 94. p. 644. 1886; D. A. Goldhammer, Wied. Ann. 31. p. 370. 1887; L. Boltzmann siehe A. v. Ettingshausen, Wied. Ann. 31. p. 755. 1887; W. Nernst, Wied. Ann. 31. p. 776. 1887.

2) E. Riecke, Wied. Ann. 66. p. 353 u. 545. 1898.

3) P. Drude, Ann. d. Phys. 1. p. 566. 1900; 3. p. 369. 1900.

Eine Prüfung der Theorie war mit dem vorliegenden Beobachtungsmaterial nur in sehr geringem Maße, nämlich höchstens bei Wismut, möglich, da sich dasselbe für die Temperatureffekte<sup>1)</sup> lange Zeit nur auf dieses Metall<sup>2)</sup> beschränkte. Erst vor kurzem hat Barlow<sup>3)</sup> die Mehrzahl der Effekte auch für Antimon gemessen, eine Anwendung seiner Beobachtungen auf die Theorie hat bisher nicht stattgefunden.

In Anbetracht dieser Umstände schien eine Untersuchung sämtlicher Effekte — und zwar an einem und demselben Material — auch bei anderen als den vorstehend genannten Metallen wünschenswert zu sein. Um nun zu einer einwandfreien Prüfung der Theorie<sup>4)</sup> zu gelangen, wäre außer der Kenntnis der galvanomagnetischen und thermomagnetischen Effekte noch die Kenntnis des elektrischen und thermischen Leitvermögens der Metalle, d. h. ihrer Abweichung vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz, sowie der thermoelektrischen Eigenschaften, speziell des Thomsons Effektes erforderlich. In der vorliegenden Untersuchung habe ich mich nun zunächst begnügt, außer den galvano- und thermomagnetischen Eigenschaften noch die elektrische Leitfähigkeit sowie die Thermokraft gegen Kupfer zu messen. Die Messung der noch fehlenden Größen, die eine gänzlich veränderte Versuchsanordnung erfordert, gedenke ich demnächst an demselben Material vorzunehmen und hoffe ich, darüber in einer späteren Mitteilung berichten zu können.

#### Effekte im Magnetfeld.

*Galvanomagnetische Effekte.* Wird eine in ihrer Längsrichtung von einem elektrischen Strom durchflossene Metallplatte in ein magnetisches Feld gebracht, dessen Kraftlinien

1) Unter Temperatureffekten verstehe ich diejenigen, bei welchen durch das Feld Temperaturänderungen bewirkt werden, im Gegensatz zu den elektrischen oder Potentialeffekten, bei welchen durch Magnetisierung Potentialdifferenzen auftreten.

2) Eine Mitteilung über Effekte bei Tellur, die jedoch nach dem Verfasser keine definitiven Resultate enthält, rührt von M. G. Lloyd ber. Sill. Journ. 12. p. 57. 1901.

3) G. Barlow, Ann. d. Phys. 12. p. 897. 1903.

4) P. Drude, Ann. d. Phys. 3. p. 339. 1900.

sie senkrecht durchsetzen, so beobachtet man eine Drehung der Stromlinien, den bekannten Halleffekt, der sich durch eine zwischen den Plattenrändern auftretende Potentialdifferenz kundgibt, sowie eine von v. Ettingshausen<sup>1)</sup> entdeckte Temperaturdifferenz der Ränder. Außerdem treten in Richtung des Stromes eine longitudinale Potentialdifferenz (longitudinaler Halleffekt), die man auch als eine Änderung des elektrischen Leitvermögens deuten kann, sowie eine zuerst von Nernst<sup>2)</sup> gefundene longitudinale Temperaturdifferenz auf.

*Thermomagnetische Effekte.* Vier ganz analoge Erscheinungen werden durch das Feld hervorgerufen, wenn die Platte statt von einem elektrischen von einem Wärmestrom durchflossen wird, nämlich transversale Potential-<sup>3)</sup> und Temperaturdifferenz<sup>4)</sup> der Plattenränder sowie zwei entsprechende Longitudinaleffekte.<sup>5)</sup> Von diesen beiden kann man die thermomagnetische longitudinale Temperaturänderung auch als Änderung des thermischen Leitvermögens auffassen.

Es sind also im ganzen acht Effekte, die bei einer Platte zu erwarten sind. Tatsächlich lassen sich alle acht nur bei Wismut beobachten, während bei den übrigen von mir untersuchten Metallen die Longitudinaleffekte sehr schwach sind, so daß sich in der Regel einer, höchstens zwei derselben nachweisen ließen. Da diese letzteren auch in der Theorie nur qualitative Berücksichtigung finden, so habe ich das Hauptgewicht auf die Messung der Transversaleffekte gelegt; ich halte es aber für wahrscheinlich, daß mit hierfür geeigneter Versuchsanordnung sich alle Longitudinaleffekte auch bei den Metallen nachweisen lassen, bei denen es mir nicht gelungen ist.

Bei sämtlichen Stoffen, die ich untersucht habe, waren die elektrischen Effekte im Magnetfeld schon bekannt, die Temperatureffekte jedoch nur bei Wismut und Antimon. Es war

1) A. v. Ettingshausen, Wied. Ann. 31. p. 737. 1887.

2) W. Nernst, Wied. Ann. 31. p. 784. 1887.

3) A. v. Ettingshausen u. W. Nernst, Wied. Ann. 29. p. 343. 1886  
W. Nernst, Wied. Ann. 31. p. 760. 1887.

4) A. Leduc, Compt. rend. 104. p. 1785. 1887; A. Righi, Compt. rend. 105. p. 168. 1887.

5) W. Nernst l. c. p. 770; A. v. Ettingshausen, Wied. Ann. 33. p. 129. 1888; E. van Everdingen, Comm. Phys. Lab. Leiden Nr. 48. p. 16.



nun die Annahme naheliegend, daß die Stoffe mit verhältnismäßig großen elektrischen Effekten auch die Temperatureffekte am deutlichsten zeigen würden, was sich in der Tat als zutreffend erwies; ich konnte dieselben gut nachweisen bei Nickel, Eisen, Kobalt, Kohle.<sup>1)</sup> Den galvanomagnetischen Temperatureffekt habe ich erfolglos bei Zink, Kupfer, Messing, Aluminium gesucht und habe infolgedessen anfangs davon Abstand genommen, den thermomagnetischen Temperatureffekt bei diesen Metallen überhaupt zu suchen. Im Verlaufe der Arbeit wurde ich jedoch durch die annähernd gleiche Größenordnung dieses Effektes bei den untersuchten Metallen veranlaßt, wenigstens Kupfer auf denselben zu prüfen und fand ihn sogar verhältnismäßig gut meßbar. Ich glaube daher, daß derselbe noch bei einer größeren Anzahl von Metallen nachweisbar ist und beabsichtige, diese Frage mit Anwendung großer primärer Temperaturdifferenzen zu verfolgen.

Es ist auffallend, daß die Metalle, welche starke Effekte im Magnetfeld zeigen, einerseits eine extreme Stellung in der thermoelektrischen Reihe<sup>2)</sup> besitzen, andererseits große Abweichungen vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz aufweisen. Dieser Umstand bewog mich auch Konstantan, das neben seiner großen Thermokraft die stärkste Abweichung vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz<sup>3)</sup> zeigt, in die Zahl der untersuchten Metalle aufzunehmen, wobei allerdings meine Erwartungen nicht erfüllt wurden.

#### Bezeichnung.

In der Bezeichnung habe ich mich der von Hrn. Drude in seiner Arbeit gewählten angeschlossen. Da ich jedoch im experimentellen Teil eine größere Zahl von Zeichen benötige, lasse ich eine Zusammenstellung derselben folgen.

Es bedeuten:

$\beta$  = Breite der Platten.

$\delta$  = Dicke der Platten.

$\mathfrak{H}$  = magnetische Feldstärke.

1) Bei Kohle nur den galvanomagnetischen Temperatureffekt.

2) A. v. Ettingshausen u. W. Nernst, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 94. p. 560. 1886.

3) W. Jaeger u. H. Diesselhorst, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 38. p. 726. 1899.

$J$  = elektrischer Primärstrom.

$\frac{\partial T}{\partial x}$  = longitudinales Temperaturgefälle.

$A = -x \frac{\partial T}{\partial x}$  = primärer Wärmestrom.

$x$  = thermisches Leitvermögen (in Wattsekunden).

$\sigma$  = elektrisches Leitvermögen.

$\eta$  = spezifischer elektrischer Widerstand in absolutem elektromagnetischen Maß.

$E$  = Potentialdifferenz (transversal).

$\Delta T$  = beobachtete transversale Temperaturdifferenz.

$\frac{\partial T}{\partial y}$  = transversales Temperaturgefälle.

$\Theta$  = Thermokraft der Platte gegen Kupfer pro  $1^\circ$  in Mikrovolt.

$\alpha$  = Temperaturkoeffizient.

$R$  = Koeffizient des transversalen galvanomagnetischen elektrischen Effektes.

$P$  = Koeffizient des transversalen galvanomagnetischen Temperatureffektes.

$Q$  = Koeffizient des transversalen thermomagnetischen elektrischen Effektes.

$S$  = Koeffizient des transversalen thermomagnetischen Temperatureffektes.

Diese vier Koeffizienten drücken sich dann durch folgende Gleichungen aus:

$$R = \frac{E\delta}{J\Phi}, \quad P = -\frac{\Delta T\delta}{J\Phi}, \quad Q = \frac{E}{\Phi\beta \frac{\partial T}{\partial x}}^1), \quad S = \frac{\Delta T}{\Phi\beta \frac{\partial T}{\partial x}}^1).$$

#### Versuchsanordnung.

Die Versuchsanordnung bei der Messung der Effekte war im Prinzip dieselbe, wie sie von den Entdeckern angewendet wurde. Zur Messung der Potentialeffekte diente ein Spulengalvanometer von Siemens & Halske, das nach Einschaltung eines jeweilig passenden Vorschaltwiderstandes direkt als Spannungsmesser verwendet wurde. Die Messung der transversalen Temperaturunterschiede geschah auf thermoelektrischem

1) Die Gleichungen für die thermomagnetischen Koeffizienten lassen sich durch Einführung des Wärmestromes  $A$  auch schreiben

$$Q = -\frac{Ex\delta}{A\Phi}, \quad S = -\frac{\Delta Tx\delta}{A\Phi},$$

wodurch die formale Analogie mit den galvanomagnetischen Koeffizienten besser zutage tritt.

Wege durch zwei an die Plattenränder gelötete Kupfer-Konstantanelemente, von denen jedes mit einem Spulenpaar eines Dubois-Rubensgalvanometers verbunden war. Diese beiden Stromkreise, die zur Vermeidung von Hallwirkungen sorgfältig gegeneinander isoliert sein mußten, waren so geschaltet, daß ihre Einwirkung auf das Nadelsystem bei Temperaturgleichheit

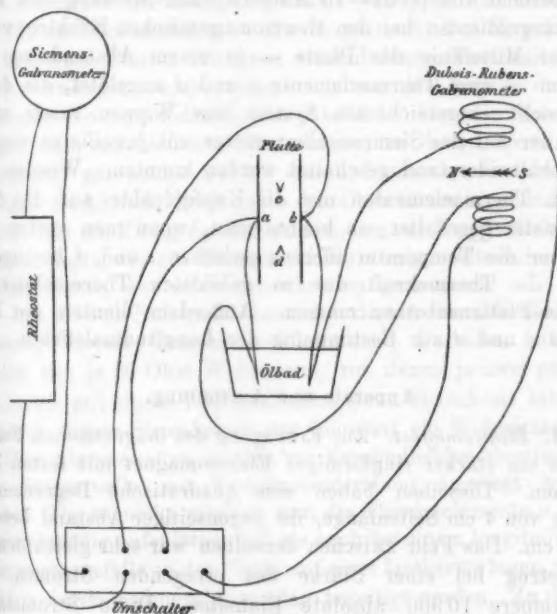


Fig. 1.

der Plattenränder sich gegenseitig aufhob, und daß nur eine Temperaturdifferenz derselben zur Geltung kam. Die beiden anderen Lötstellen waren in einem gemeinsamen Ölbade auf gleicher Temperatur gehalten. Diese Schaltung hat neben großer Empfindlichkeit den Vorzug, von Schwankungen der Temperatur, sowohl des Ölbades als auch der Plattenumgebung, völlig unabhängig zu sein. Die Kupferdrähte der Thermoelemente dienten zugleich als Elektroden zur Messung der

Potentialeffekte.<sup>1)</sup> Die Schaltung wird wohl durch vorstehende Fig. 1 ersichtlich; einige Einzelheiten habe ich der Anschaulichkeit wegen fortgelassen.

Zur Messung des Primärstromes bei den galvanomagnetischen Effekten diente ein mit dem Silbervoltameter geeichtetes Präzisionsampèremeter von Siemens & Halske mit einem Meßbereich von 0,001—15 Ampère. Zur Messung des Temperaturgradienten bei den thermomagnetischen Effekten waren in der Mittellinie der Platte — in einem Abstand von ca. 2,6 cm — zwei Thermoelemente *c* und *d* angelötet, die durch ein nicht eingezeichnetes System von Wippen rasch nacheinander auf das Siemensgalvanometer mit jeweilig passendem Vorschaltwiderstand geschaltet werden konnten. Wurden von diesen Thermoelementen nur die Kupferdrähte auf das Galvanometer geschaltet, so konnte man, wenn man vorher und nachher die Temperaturdifferenz zwischen *c* und *d* bestimmte, auch die Thermokraft des so gebildeten Thermoelementes Kupfer-Plattensubstanz messen. Außerdem dienten die Elemente *c* und *d* zur Bestimmung der Longitudinaleffekte.

#### Apparate und Aufstellung.

1. *Elektromagnet.* Zur Erzeugung des magnetischen Feldes diente ein starker ringförmiger Elektromagnet mit festen Polschuhen. Dieselben haben eine quadratische Begrenzungsfläche von 4 cm Seitenlänge, ihr gegenseitiger Abstand beträgt ca. 1 cm. Das Feld zwischen denselben war sehr gleichförmig; es betrug bei einer Stärke des erregenden Stromes von 12 Ampère 10 900 absolute Einheiten. Diese Stromstärke wurde bei den definitiven Messungen nie überschritten, da sich sonst eine zu schnelle Erwärmung der Wicklung störend bemerkbar machte. Die kleinste Feldstärke, die bei der Messung sämtlicher Effekte in Anwendung kam, war 2660; unterhalb derselben waren die Temperatureffekte zu gering.

1) Durch die auftretende Temperaturdifferenz und die dadurch hervorgerufene Thermokraft Kupfer-Plattensubstanz wird bei der Messung der Potentialeffekte ein Fehler bedingt, der in einzelnen Fällen einen erheblichen Betrag erreichen kann. v. Ettingshausen, Wied. Ann. 31. p. 753. 1887. Diesem in den meisten bisherigen Bestimmungen enthaltenen Fehler habe ich soweit es nötig schien, Rechnung getragen.

Die Feldstärke wurde mehrfach ballistisch bestimmt, und in ihrer Abhängigkeit von der erregenden Stromstärke graphisch aufgetragen, so daß sie bei den definitiven Untersuchungen aus der zugehörigen Stromstärke ermittelt werden konnte.

2. *Galvanometer.* Das Siemensgalvanometer wurde mit einer Spule von  $26,7 \, \Omega$  Widerstand verwendet; es hatte eine sehr konstante Stromempfindlichkeit von  $1,85 \cdot 10^{-8}$  Ampère bei 150 cm Skalenabstand. Da es je nach dem Zwecke bei den einzelnen Platten mit ganz verschiedenem Vorschaltwiderstand verwendet wurde, nehme ich von der Angabe der betreffenden Volttempfindlichkeiten Abstand. Um die Umschaltungen der verschiedenen Stromkreise, in denen dieses Galvanometer gebraucht wurde, rasch hintereinander bewerkstelligen zu können, hatte jeder derselben seinen eigenen Rheostaten; nur ein Zweig der Strombahn, der zur Empfindlichkeitsbestimmung sowie zur Kompensation etwaiger störender Ausschläge diente, war allen Stromkreisen gemeinsam.

Das Dubois-Rubensgalvanometer diente ausschließlich zur Messung kleiner Temperaturdifferenzen. Dasselbe hat vier Spulen von je 20 Ohm Widerstand, von denen je zwei parallel geschaltet mit einem Thermoelement einen Stromkreis bildeten. In jeden dieser Stromkreise war konstant ein Widerstand von 0,1 Ohm eingeschaltet, an den zur Empfindlichkeitsbestimmung eine Stromquelle mit Vorschaltwiderstand angelegt werden konnte. Da es nicht möglich war, die Thermoelemente *a* und *b* so gleichmäßig aufzulöten, daß sie auch bei einem longitudinalen Temperaturgefälle in der Platte auf einer Isotherme lagen, mußte der hierdurch bedingte Ausschlag beseitigt werden. Zu diesem Zweck war an den einen der beiden Stromkreise, der das Thermoelement *a* enthielt, dauernd ein Nebenschluß gelegt, mittels dessen durch Stromquelle, Rheostat und Umschalter etwaige Ausschläge kompensiert wurden.

Es war bei der großen Empfindlichkeit des Galvanometers natürlich unmöglich, die beiden Stromkreise so abzugleichen, daß bei gleicher angelegter Spannung ihre Wirkung auf das Nadelsystem genau die nämliche war. Es wurde daher für jeden Stromkreis die Volttempfindlichkeit bestimmt und aus beiden das Mittel genommen. Streng betrachtet ist diese Mittelbildung nur erlaubt, wenn man die beiden Lötstellen *a*

und  $b$  in den Stromkreisen umtauschen würde, was aus praktischen Gründen untunlich war. Es zeigte sich jedoch, daß man bei Kommutieren des Magnetfeldes mit dem mittleren Ausschlag und der mittleren Empfindlichkeit innerhalb der Fehlergrenzen zu denselben Temperaturdifferenzen gelangte, als wenn man sie aus den Einzelausschlägen und den Einzelempfindlichkeiten berechnete.

Diese mittlere Empfindlichkeit des Galvanometers wurde vor jeder Meßreihe neu bestimmt, sie betrug im Durchschnitt 0,195 Mikrovolt, was einer Temperaturdifferenz von  $0,0056^\circ$  der Lötstellen  $a$  und  $b$  entsprach. Dabei war die Schwingungsdauer = 2 Sekunden, das logarithmische Dekrement = 0,51.

Gegen die direkte Einwirkung des Magneten — Abstand desselben ca. 8 m — war das Galvanometer nahezu unempfindlich. Dies war erreicht durch passende Stellung des Magneten und durch einen großen, über das Galvanometer gestülpten Zylinder aus 2 mm dickem Eisenblech. Der noch übriggelassene sehr geringe Einfluß, der übrigens nur bei einer Feldrichtung noch bestand und im ungünstigsten Fall etwas über 1 mm betrug, machte sich erst bei Feldstärken über 6000 Einheiten bemerkbar und wurde dann schätzungsweise berücksichtigt.

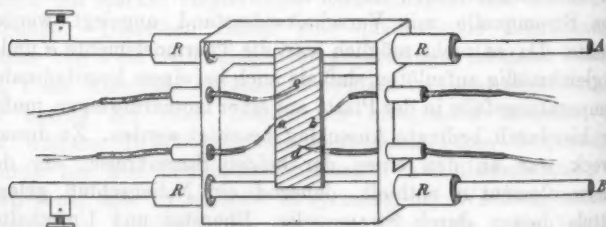


Fig. 2.

3. *Befestigung der Platten.* Um die verschiedenen Platten stets auf möglichst gleichartige Weise zu untersuchen, erwies es sich als zweckmäßig, dieselben in einem Zinkkästchen zwischen die Pole zu bringen, dessen Einrichtung wohl am besten aus obenstehender Fig. 2 ersichtlich wird. Dieselbe zeigt die Innenansicht des Kästchens nach Abnahme des Deckels. Die

beiden Messingrohre *A* und *B* von 0,7 cm äußerem Durchmesser, an welche die zu untersuchende ca. 6,5 cm lange Platte angelötet wurde, sind in den Rohransätzen *R* durch Hartgummiringe und Asbestschnur sowie durch eingegossenen Siegelack vom Kästchen gut isoliert befestigt. Diese Rohre dienten sowohl zur Zuführung des Primärstromes als auch durch Durchleiten von verschieden temperiertem Wasser zum Erzeugen eines Temperaturgefälles in der Platte. Die vier Thermoelemente waren durch Gummischlauch isoliert in die Zinkkassette eingeführt. Zur besseren Isolierung waren die der Platte naheliegenden Teile der Kassette und des Deckels mit dünnen Glimmerplatten belegt.

Die ganze Kassette war zur Vermeidung von Luftströmungen, die bei den thermomagnetischen Versuchen auftreten konnten, mit Watte ausgefüllt; dabei wurde sorgfältig darauf geachtet, die Verpackung stets möglichst gleichartig vorzunehmen. Die so hergerichtete Kassette wurde dann nach Aufsetzen des Deckels zwischen die Pole gebracht, wo sie durch eingeschobene Pappscheiben gut befestigt wurde.

4. *Strom- und Wärmequellen.* Den Strom für den Magneten lieferte eine Akkumulatorenbatterie von 28 Volt Spannung und einer Kapazität von 96 Ampèrestunden, den Primärstrom für die galvanomagnetischen Effekte eine zweite Batterie von 16 Volt und einer Kapazität von 1000 Ampèrestunden. Das Temperaturgefälle in der Platte wurde dadurch hervorgebracht, daß durch das eine Messingrohr ein Strom von heißem, durch das andere ein solcher von kaltem Wasser geschickt wurde. Das letztere<sup>1)</sup> wurde direkt der Wasserleitung entnommen, welche etwa nach einer halben Stunde Wasser von sehr konstanter Temperatur gab. Das warme Wasser lieferte ein kleiner mit Gas geheizter Badeofen, welcher ebenfalls nach etwa einer halben Stunde Wasser von genügend konstanter Temperatur lieferte. Um kleine Schwankungen unschädlich zu machen, durchfloß das Wasser vor dem Eintritt in die Messingröhren einen größeren, gut mit Watte umwickelten Wasserbehälter. Da die definitiven Messungen nachts vorgenommen wurden, wo die Schwankungen des Gas- und Wasser-

1) Die definitiven Messungen wurden im Februar vorgenommen.



druckes sehr klein waren, so ließ sich auf diese etwas primitive Weise eine recht befriedigende Konstanz erreichen.

#### Material der Platten.

1. *Wismut*. Es wurden vier Platten untersucht. Drei davon bestanden aus chemisch reinem von Kahlbaum bezogenem Wismut und waren aus demselben Gußstück gewonnen, indem die ursprüngliche Platte nach Messung der galvanomagnetischen Effekte an derselben in die mit I und II bezeichneten Platten zerschnitten wurde. Eine weitere mit III bezeichnete Platte war aus im Institut vorgefundenem Wismut unbekannter Provenienz gegossen; nach dem Ergebnis der Analyse<sup>1)</sup> war dieselbe ebenfalls chemisch rein.<sup>2)</sup>

2. *Antimon*. Bei den definitiven Messungen wurde eine Platte aus chemisch reinem Antimon — von Kahlbaum bezogen — untersucht. Bei den Vorversuchen hatte ich einige Platten aus Antimon von unbekannter Herkunft verwendet, auch dieses erwies sich als chemisch rein.

3. *Nickel*. Von diesem wurden zwei Platten aus verschiedenem Material untersucht. Die mit I bezeichnete Platte besteht aus sehr dünnem, elektrolytisch niedergeschlagenen Nickelblech<sup>3)</sup>; das zu Platte II verwendete Nickelblech war aus der Metallfabrik von Basse & Selve, Altena i. W., als chemisch rein bezogen.

4. *Eisen*. Ausführlich auf alle Effekte wurde nur eine Platte untersucht. Dieselbe war aus sogenanntem Papierblech des Eisenwerks Bismarckhütte in Oberschlesien gefertigt. Außerdem habe ich eine Reihe von Versuchen mehr qualitativer Art über den galvanomagnetischen Temperatureffekt bei verschiedenen Eisen- und Stahlproben angestellt,

1) Die Analysen hatte Hr. Dr. Keiper, Assistent am hiesigen physikalisch-chemischen Institut, die Liebenswürdigkeit auszuführen; ihm sowie Hrn. Privatdozenten Dr. Brand bin ich für die bereitwillige Unterstützung in chemischen Fragen zu Dank verpflichtet.

2) Sehr wahrscheinlich jedoch war sie durch chemisch nicht mehr nachweisbare Spuren — vielleicht von Zinn — verunreinigt. Vgl. p. 918.

3) Von Hrn. Dr. Pfannhauser im hiesigen phys.-chem. Institut hergestellt und von Hrn. Prof. Elbs dem physikal. Institut freundlichst überlassen.

darunter auch bei einem Plättchen aus chemisch reinem kohlenstoffreien Eisen.<sup>1)</sup>

5. *Kobalt.* Das bei den Messungen verwendete Kobaltblech habe ich analog der Pfannhauserschen Darstellung von Nickelblech aus Kobaltammoniumsulfat galvanisch auf Platinblech niedergeschlagen und von diesem durch Biegen des Platinbleches abgesprengt.

6. *Kupfer.* Das als chemisch rein angegebene Kupferblech stammt aus dem Hedderheimer Kupferwerk bei Frankfurt a. M.

7. *Konstantan.* Verwendet wurde Widerstandsband von Basse & Selve.

8. *Kohle.* Die verwendete Kohleplatte war aus einer dünn geschliffenen Mikrophonmembran von Mixt & Genest ausgeschnitten. Die Stellen der Platte, die zur Zuführung des Primärstromes bez. zur Anbringung der Thermoelemente dienten, waren galvanisch verkupfert.

#### Einzelheiten bei der Messung der verschiedenen Größen.

##### I. Die transversalen Temperatureffekte.

Das Prinzip der Messungen ist nach dem bereits Gesagten sehr einfach. Indessen sind infolge der Kleinheit der in Rede stehenden Effekte, wenn man von Wismut und auch noch Antimon absieht, die Schwierigkeiten nicht unbedeutend, so daß ich glaube etwas näher auf die Einzelheiten der Temperaturmessungen und die hierbei möglichen Fehlerquellen hinweisen zu sollen.

Zur Temperaturmessung dienten, wie bereits erwähnt, Thermoelemente aus Kupfer-Konstantandrähten. Ich habe dieser Kombination den Vorzug vor Eisen-Konstantan gegeben, da mir kein umspinnener Eisen- bez. Konstantandraht<sup>2)</sup> zur

1) Über die Herstellungsweise bei A. Classen, Quantitative Analyse durch Elektrolyse. 8. Aufl., p. 67. 1892. Das Eisen wurde auf poliertem Platinblech niedergeschlagen und durch Biegen desselben abgesprengt.

2) Der beispielsweise bei der Firma Vogel, Adlershof bei Berlin, erhältliche umspinnene Konstantandraht besitzt eine wesentlich geringere Thermokraft gegen Kupfer als der blank von Basse & Selve bezogene.

Verfügung stand, und ich die Thermoelemente zur Vermeidung von Induktionsstörungen bei etwaigen Feldschwankungen bifilar zwischen die Pole führen mußte. Ein Nachteil der Kombination Kupfer-Konstantan — abgesehen von seiner etwas geringeren Thermokraft — besteht nun darin, daß das Kupfer infolge seiner guten Leitfähigkeit einen Teil der Wärme fortführt und dadurch die Temperatur der Lötstellen erniedrigt,<sup>1)</sup> ein Umstand, der sich besonders bei dünnen Platten aus schlecht leitendem Material störend geltend machen würde. Ich habe deswegen besondere Versuche hierüber angestellt, bei welchem ein Eisen-Konstantanelement mit zwei Kupfer-Konstantanelementen verglichen wurde. Die Dicke des Eisendrahtes betrug 0,10 mm, die des Konstantandrahtes 0,15 mm, die des einen Kupferdrahtes 0,30 mm, die des anderen 0,08 mm. Diese Elemente wurden nun so miteinander verglichen, daß zunächst das Verhältnis ihrer Ausschläge in einem gemeinsamen Ölbad, d. h. einem verhältnismäßig großen Wärmereservoir bestimmt wurde. Dann wurde mit denselben abwechselnd die Temperatur eines elektrisch geheizten Eisenbleches an derselben Stelle gemessen. Diese mehrfach variierten Versuche zeigten in der Tat, daß das Thermoelement mit dickerem Kupferdraht stets eine merklich niedrigere (etwa um 1,5 Proz.) Temperatur als das Eisen-Konstantanelement hatte, während das Thermoelement mit dünnerem Kupferdraht keine nennenswerte Differenz zeigte. Da jedoch ein Thermoelement mit so dünnem Kupferdraht zu leicht verletzlich war, so wurden nur auf die ersten 5 cm des Elementes von der Lötstelle an der Platte aus gerechnet, der dünne Draht verwendet, die übrigen Kupferteile bestanden aus 0,3 mm dickem Draht. Damit der Widerstand der ziemlich langen Thermoelemente nicht zu groß wurde, war der Konstantandraht in einiger Entfernung von der Lötstelle neunfach genommen. Die vier zu den definitiven Messungen verwendeten Thermoelemente waren möglichst gleichartig gemacht, ihr mittlerer Widerstand war ca.  $3,8 \Omega$ , die mittlere Thermokraft pro  $1^\circ$  Temperaturdifferenz betrug in dem in Betracht kommenden Temperaturbereich 35,54 Mikro-

1) Vgl. auch W. Jäger u. H. Diesselhorst, *Wissensch. Abh. der Phys.-Techn. Reichsanstalt* III. p. 302. 1900.

volt.<sup>1)</sup> Von letzterem Wert wichen die einzelnen Elemente nur wenige — im Maximum 4 — Promille ab.

Ich will nun die Störungen besprechen, die eventuell durch das magnetische Feld hervorgerufen werden könnten. Eine Beeinflussung der Thermokraft der Elemente habe ich nicht bemerken können. Was nun die etwaigen Störungen an den Platten betrifft, so ist klar, daß dieselben sich besonders bei den stark magnetischen Metallen geltend machen müssen. In der Tat treten in denselben durch Felderregung, auch ohne daß sie von einem elektrischen oder Wärmestrom durchflossen sind, Temperaturänderungen auf. Außer auf die Magnetisierungswärme sind dieselben vielleicht auf Spannungserscheinungen in den angezogenen, bez. abgestoßenen Teilen zurückzuführen, denn sie werden geringer, wenn man die Platte schon möglichst gespannt einlötet. Im übrigen sind diese Temperaturänderungen nur gering, und fallen bei den Messungen der untersuchten Effekte, da sie von der Feldrichtung unabhängig sind, durch Kommutieren des Feldstromes heraus.

Bei der Untersuchung des galvanomagnetischen Temperatureffektes ist noch ein besonderer Fall denkbar. Es übt der Magnet hier auf den stromdurchflossenen Leiter einen Bewegungsantrieb aus, der ebenfalls Spannungen und dadurch eventuell Temperaturänderungen in demselben hervorrufen muß, die sich aber hier mit der Feldrichtung umkehren. Da diese Spannungen bei Anwendung starker Primärströme immerhin eine meßbare Größe erreichen, so schien mir eine besondere Untersuchung dieser Frage geboten. Die Versuche wurden mit einer Platte aus dünnem Zinkblech angestellt, die in einem Holzrahmen zwischen die Pole gebracht wurde. Es zeigte sich bei Primärströmen bis zu 15 Amp. keine Temperaturänderung durch Felderregung, somit auch kein galvanomagnetischer Effekt, während die oben erwähnten Spannungen, die durch einen kleinen Hebelarm auf einen drehbaren Spiegel übertragen wurden, sich unschwer nachweisen ließen. Da sich die auf den Leiter ausgeübten Kräfte berechnen lassen, wurden

1) Da die auftretenden Temperaturdifferenzen meistens gering waren, habe ich mich mit einer linearen Darstellung begnügt.

dieselben auch durch Gewichte ausgeübt<sup>1)</sup>, ohne daß hierdurch meßbare Temperaturänderungen auftraten.

Für die thermomagnetischen Versuche ist es wichtig, daß an den Platten jede Luftströmung ausgeschlossen ist, da sonst im Felde die zuerst von Nernst<sup>2)</sup> gefundenen, später von Aschkinass<sup>3)</sup> genauer untersuchten Temperaturänderungen auftreten. Durch sorgfältige dichte Wattepackung läßt sich diese Fehlerquelle leicht vermeiden.

Die Einwirkung des magnetischen Feldes auf die Temperaturmessungen kann somit außer acht gelassen werden.

Dagegen werden die beobachteten Temperaturdifferenzen beeinflußt durch die Wärmeleitfähigkeit des umgebenden Mittels. Es ist leicht einzusehen, daß dieselben um so kleiner ausfallen, je besser die Umgebung die Wärme leitet.<sup>4)</sup> Außer von der Leitfähigkeit der Umgebung wird die Temperaturdifferenz noch abhängen von der Geschwindigkeit, mit der die Wärme nachgeliefert wird, d. h. von der Wärmeleitfähigkeit und den Dimensionen der Platte. Dieses Problem ist nun von Boltzmann<sup>5)</sup> für den galvanomagnetischen Temperatureffekt mathematisch behandelt worden. Während sich hiernach mit Vernachlässigung der Wärmeabgabe nach außen der Koeffizient  $P$  ergibt zu

$$(a) \quad P = \frac{\pi \delta \Delta T}{J \Phi},$$

erhält man mit Berücksichtigung dieser Abgabe

$$(b) \quad P = \frac{1}{2} \beta \frac{(\mu - \nu)}{e^{b\beta} - e^{-b\beta}} \delta \frac{\Delta T}{J \Phi}.$$

1) Dieselben können um etwa das Zehnfache überschritten werden, bevor sich Temperaturänderungen mit Sicherheit bemerkbar machen.

2) W. Nernst, l. c. p. 787.

3) E. Aschkinass, Physik. Zeitschr. 4. p. 206. 1900.

4) Dies ist von v. Ettingshausen benutzt worden, um den Hall-effekt bei Wismut unabhängig von der thermoelektrischen Störung durch den Temperatureffekt zu messen, indem er hierzu die Platte in Wasser tauchen ließ (Wied. Ann. 31. p. 754. 1887).

5) L. Boltzmann, Wied. Ann. 31. p. 755. 1887, in der Arbeit von v. Ettingshausen mitgeteilt.

6) Ich habe die Boltzmannschen Formeln mit den anfangs gewählten Bezeichnungen wiedergegeben. Die Gleichung für  $P$  unterscheidet sich demnach um den Faktor  $-\pi$  von der anfangs gegebenen.

Berechnet man  $P$  zunächst aus Gleichung (a) und bezeichnet den so erhaltenen Wert als  $P_{\text{unkorr.}}$ , so schreibt sich

$$(c) \quad P = \frac{1}{2} \beta \frac{(\mu - \nu)}{\kappa} \frac{P_{\text{unkorr.}}}{e^{b\beta} - e^{-b\beta}} = \psi P_{\text{unkorr.}}$$

In dieser Gleichung ist

$$b = \sqrt{h/2\kappa\delta}, \quad \mu = (h + 2\kappa b) e^{b\beta}, \quad \nu = (h - 2\kappa b) e^{-b\beta}$$

zu setzen, wobei  $h$  die Wärmeabgabekonstante an die Umgebung bedeutet.

Um die Gleichung (c) anwenden zu können, ist die Kenntnis von  $\kappa$  und  $h$  erforderlich. Da es sich nur um eine Korrekturenrechnung handelt, kann die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  der Platte aus Tabellen entnommen werden. Die Wärmeabgabekonstante  $h$  berechnet sich aus der Gleichung

$$h = \frac{2\kappa_w}{B - \delta} \quad (1)$$

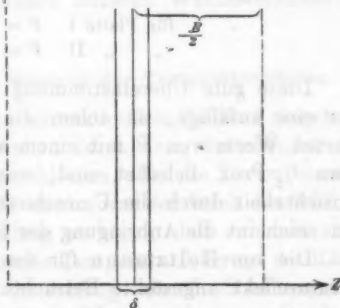
1) Nimmt man an, daß die Wärmeabgabe an die Umgebung nur auf den Breitseiten der Platte erfolgt und daß dieser Wärmefuß dabei senkrecht zur Oberfläche stattfindet, so ist im stationären Zustand

$$\frac{d^3 T}{dz^3} = 0, \quad T = C_1 z + C_2$$

Temperatur an der Plattenoberfläche =  $T_a$ , an der Zinkwand =  $T_0$ .

$$T_0 = C_1 \frac{B}{2} + C_2,$$

$$T_a = C_1 \frac{\delta}{2} + C_2;$$



$$\frac{T - T_0}{T_a - T_0} = \frac{z - \frac{1}{2}B}{\frac{1}{2}(\delta - B)}.$$

Nun tritt aus der Flächeneinheit die Wärmemenge

$$\kappa_w \frac{dT}{dz} = -\kappa_w C_1 = h(T_a - T_0)$$

nach der Definition von  $h$ .

Da nun  $C_1 = \frac{T - T_0}{z - B/2}$  ist, folgt  $h = \frac{2\kappa_w}{B - \delta}$ . Eine ähnliche Ableitung bei W. Jäger u. H. Diesselhorst, Wissensch. Abhandl. d. Physik.-Techn. Reichsanstalt 3. p. 287. 1900.

Hierin bedeutet  $\kappa_u$  die Wärmeleitfähigkeit der Umgebung, d. h. der Wattepackung, und  $B$  die Dicke dieser Wattepackung, d. h. die Dicke der Zinkkassette innen gemessen.  $B$  war gleich 0,85 cm zu setzen. Den Wert für die Wärmeleitfähigkeit der Wattepackung habe ich der Arbeit von Jäger und Diesselhorst entnommen; er beträgt  $39 \cdot 10^{-5}$  Wattsekunden.<sup>1)</sup>

Den Einfluß des Korrektionsfaktors  $\psi$  habe ich genauer bei Antimon geprüft. Wismut eignete sich aus später ersichtlichen Gründen nicht, bei den übrigen Metallen waren für eine genauere Prüfung die Effekte zu klein. Der Koeffizient  $P_{\text{unkorr.}}$  war bei einer Platte aus chemisch reinem Antimon  $-\beta = 2,40$  cm,  $\delta = 0,0512$  cm — bei  $18^\circ = 17,78 \cdot 10^{-7}$  in absolutem elektromagnetischem Maß. Die Platte wurde zerschnitten und ein Stück der mittleren Breite  $\beta = 1,38$  cm und mittleren Dicke  $\delta = 0,0507$  cm untersucht.  $P_{\text{unkorr.}}$  ergab sich zu  $18,68 \cdot 10^{-7}$ . Der Korrektionsfaktor  $\psi$  berechnete sich

für Platte I zu 1,104

„ „ II „ 1,039

Hiermit ergab sich

für Platte I  $P = 19,63 \cdot 10^{-7}$

„ „ II  $P = 19,40 \cdot 10^{-7}$ .

Diese gute Übereinstimmung auf ca. 1 Proz. ist natürlich nur eine zufällige, da schon die direkt ermittelten unkorrigierten Werte von  $P$  mit einem wahrscheinlichen Fehler von etwa  $\frac{1}{2}$  Proz. behaftet sind, wozu noch eine weitere kleine Unsicherheit durch die Umrechnung auf  $18^\circ$  kommt. Immerhin erscheint die Anbringung der Korrektion als gerechtfertigt.

Die von Boltzmann für den galvanomagnetischen Temperatureffekt angestellte Betrachtung läßt sich leicht für den thermomagnetischen modifizieren, indem man für den elektrischen Strom den Wärmestrom einführt. Außerdem fällt das Glied  $q_2$  bei Boltzmann, das die Joulesche Wärme darstellt, fort. Im übrigen wird an der Betrachtung nichts geändert, so daß man setzen kann

$$S = \psi S_{\text{unkorr.}}$$

wobei für  $\psi$  die nämlichen Werte wie früher einzusetzen sind.

1) W. Jäger u. H. Diesselhorst, l. c. p. 333.



Allerdings wird nun diese Beziehung durch die Versuche mit Antimon nicht gut bestätigt. Es ergibt sich

für Platte I  $S_{\text{unkorr.}} = 18,2 \cdot 10^{-7}$  und  $S_{\text{korr.}} = 19,4 \cdot 10^{-7}$ ,

„ „ II  $S_{\text{unkorr.}} = 18,7 \cdot 10^{-7}$  und  $S_{\text{korr.}} = 20,1 \cdot 10^{-7}$ ,

d. h. die Übereinstimmung der unkorrigierten Werte unter sich ist etwas besser als die der korrigierten. Dies kann aber dadurch bedingt sein, daß, wiewohl die Genauigkeit der einzelnen transversalen Temperaturdifferenzmessung dieselbe war, wie bei den galvanomagnetischen Effekten, einerseits die Messung des longitudinalen Temperaturgefälles nicht ebenso exakt vorgenommen werden konnte, wie die Bestimmung der Stromstärke, andererseits die mittlere Plattentemperatur hier nicht so wohl definiert ist wie bei einer gleichmäßig temperierten Platte. Dazu kommt noch, daß bei Antimon der Temperaturkoeffizient dieses Effekts recht bedeutend ist, wodurch sich Fehler in der Temperaturbestimmung stark geltend machen. In Anbetracht dieser Umstände habe ich trotz der schlechteren Übereinstimmung auch bei den thermomagnetischen Temperatureffekten die Korrektur wegen äußeren Wärmeverlustes angebracht.

#### Allgemeines über die Messung der Temperatureffekte.

Nachdem in der Platte ein stationärer Zustand eingetreten war, wurde nach Kompensation der kleinen bestehenden Ausschläge der Magnetstrom geschlossen. Da die Thermoelemente gut bifilar zusammengedreht waren, war der durch das Schließen bedingte ballistische Ausschlag so klein, daß er nicht störte. Der nun durch die entstehende Temperaturdifferenz der Ränder bewirkte Ausschlag wuchs im Anfang schnell, dann langsamer, um nach etwa einer Minute eine nahezu konstante Größe anzunehmen. Doch war die Einstellungsgeschwindigkeit bei den verschiedenen Platten sehr verschieden, je nach Material und Dimensionen der Platte. Die Einstellung erfolgte stets um so rascher und besser, je schmaler die Platte war, im allgemeinen besser bei dünnen als bei dicken Platten.<sup>1)</sup>

1) Dies zeigte sich besonders gut bei verschiedenen dicken Antimonplatten, die ich bei den Vorversuchen anwendete. Dagegen war es umgekehrt bei Nickel, wobei allerdings das dünnere Blech außerordentlich

Der Ausschlag ging beim Kommutieren des Feldstromes nach der anderen Seite. Doch erreichte er die gleiche Größe auf beiden Seiten nicht bei allen Platten; bei manchen lagerte sich ein zweiter Effekt über, der von der Feldstärke abhängig war, aber nicht mit dem Felde kommutierte. Besonders deutlich konnte man dies bei lose gespanntem Nickelblech beobachten. Unterhalb einer gewissen Feldstärke gab es beim Kommutieren nur Ausschläge nach einer Seite, aber von sehr verschiedener Größe, bei einer höheren ganz bestimmten Feldstärke verschwand dieser übergelagerte Effekt, die Ausschläge erfolgten in gleicher Größe nach beiden Seiten; bei noch höheren Feldstärken lagerte er sich auf der anderen Seite über. Doch ließen sich bei Nickel diese Störungen nahezu ganz vermeiden, wenn das Blech stark gespannt zwischen den beiden Röhren eingelötet war. Bei Eisen war es nicht zu erreichen, das Blech in der Zinkkassette so straff zu spannen, daß die Ausschläge nach beiden Seiten erfolgten, doch war mir dies bei den Vorversuchen unter Anwendung einer besonderen Spannvorrichtung gelungen. Bei Kohle erfolgten die Ausschläge aus nicht aufgeklärten Gründen nur nach der einen Seite, natürlich ebenfalls in verschiedener Größe.

Im Interesse einer kräftigen galvanomagnetischen Wirkung war es geboten, die Platten dünn zu wählen, um eine große Stromdichte zu erzielen. Für die thermomagnetische Wirkung sind sehr dünne Platten nicht gerade günstig, da dann zuviel Wärme an die Umgebung verloren geht, wodurch das Temperaturgefälle ungleichmäßig<sup>1)</sup> wird. Dieser Mißstand machte sich bei zwei Platten, bei Nickelplatte I und bei der Kobaltplatte bemerkbar, indem bei diesen eine ruhige Einstellung der Galvanometernadel nicht zu erhalten war. Da bei diesen Platten die Effekte ohnedies sehr klein waren, so sind die erhaltenen Werte natürlich ziemlich ungenau.

dünn war, so daß die Wärmeabgabe nach außen sicher einen bedeutenden Einfluß hatte. Wahrscheinlich ist die Einstellungsgeschwindigkeit von der Leitfähigkeit abhängig, so daß es für jedes Material eine günstigste Plattendicke gibt.

1) Vgl. auch W. Nernst, l. c. 765.

## II. Die transversalen Potentialeffekte.

Über die Messung derselben ist nichts Besonderes zu sagen. Das Magnetfeld wurde zur Vermeidung von Induktionsstößen bei offenem Galvanometerkreis erregt, der Galvanometerkreis hierauf geschlossen, worauf der Ausschlag nach durchschnittlich ebenfalls einer Minute konstant wurde. Verschiedenheit der Ausschläge nach beiden Seiten bei verschiedener Feldrichtung machte sich bei den nämlichen Platten bemerkbar, bei denen dies oben stattfand, allerdings in viel geringerem Maße.

Bei der Berechnung der Potentialeffekte ist darauf zu achten, daß die erhaltenen Ausschläge, wie bereits erwähnt, durch Thermoströme gefälscht sind, die durch die Temperatureffekte bedingt sind. Man kann dies aber leicht in Rechnung setzen. Zum Beispiel für den Halleffekt gilt die Gleichung

$$R = \frac{E\delta}{J\Phi}.$$

Hierin ist für  $E$  nicht der beobachtete Wert einzusetzen, sondern  $E_{\text{beob.}} \pm \Delta T \cdot \Theta$ , worin  $\Delta T$  die zugehörige galvanomagnetische Temperaturdifferenz,  $\Theta$  die Thermokraft gegen Kupfer bedeutet. Das Vorzeichen ist positiv oder negativ zu wählen, je nachdem durch den Thermostrom der Ausschlag verkleinert oder vergrößert wird. Da

$$\Delta T = \frac{J\Phi}{\delta} \cdot P_{\text{unkorr.}}$$

ist, kann man schreiben

$$R = \frac{E_{\text{beob.}} \delta}{J\Phi} \pm \Theta P_{\text{unkorr.}}, \text{ d. h. } = R_{\text{unkorr.}} \pm \Theta P_{\text{unkorr.}}$$

Entsprechend ergibt sich der thermomagnetische Potentialeffekt

$$Q = Q_{\text{unkorr.}} \pm \Theta S_{\text{unkorr.}}$$

Bezüglich des Vorzeichens ist zu bemerken, daß bei den von mir untersuchten Metallen fast immer das positive zu wählen ist, nur für Eisen das negative. Bei Kobalt habe ich in Anbetracht der sehr unsicheren Resultate die Korrektur außer acht gelassen.

## III. Bestimmung der Temperaturkoeffizienten.

1. Bei den thermomagnetischen Effekten. Unter mittlerer Plattentemperatur ist hier die Temperatur in der Verbindungs-

linie der Thermoelemente  $a$  und  $b$  verstanden (vgl. Fig. 2, p. 894). Zur Bestimmung derselben wurden die Temperaturen in  $c$  und  $d$ ) gemessen, und das Mittel aus denselben genommen. Daß diese Bestimmungsweise zulässig war, hatte ich durch besondere Versuche geprüft, bei denen sich das Temperaturgefälle längs der Platte, abgesehen von den äußersten Enden derselben, bei Anwendung einer guten Wattepackung als völlig gleichförmig ergeben hatte. Natürlich wurden die Temperaturen von  $c$  und  $d$  vor und nach jedem Versuche gemessen und der Mittelwert genommen. Um die mittlere Temperatur der Platte zu variieren, wurde stets nur die Temperatur des Wassers in der oberen Messingröhre geändert. Hierdurch ändert sich gleichzeitig mit der mittleren Plattentemperatur auch das Temperaturgefälle, so daß die neue Bestimmung mit zwei veränderten Größen vorgenommen wird. Nach den Versuchen von Nernst darf nun  $Q$  ja als unabhängig vom Temperaturgefälle angesehen werden; für  $S$  lassen sich wegen der Kleinheit des Effektes kaum genaue Messungen anstellen, doch ist die Unabhängigkeit vom Temperaturgefälle natürlich sehr wahrscheinlich.)

2. Bei den galvanomagnetischen Effekten. Da hier eine strenge Proportionalität zwischen Primärstromstärke und galvanomagnetischer Potential- bez. Temperaturdifferenz<sup>2)</sup> feststeht, so konnte die mittlere Plattentemperatur zum Teil durch elektrische Heizung durch den Primärstrom selbst variiert werden. Bei den dickeren Platten habe ich häufig noch eine direkte Heizung gleichzeitig verwendet, indem ich durch beide Röhren gleich temperiertes Wasser laufen ließ. Durch passende Regulierung der durch die Röhren fließenden Wassermenge ließ es sich erreichen, daß zwischen  $c$  und  $d$  kein nennenswertes Temperaturgefälle bestand, Störungen durch thermomagnetische Effekte somit ausgeschlossen waren.

1) Dieselben lagen symmetrisch zu  $a$   $b$ .

2) Eine angenäherte Proportionalität zwischen Drehung der Isothermallinien und Temperaturgefälle hat van Everdingen bei Wismut konstatiert. Com. Phy. Lab. Leiden Nr. 42. p. 12. 1898.

3) Bezüglich der Temperaturdifferenz lagen meines Wissens bisher nur einige Bestimmungen bei Wismut vor. Bei den Vorversuchen habe ich mich speziell bei Antimon von der bestehenden Proportionalität überzeugt.

Der Bereich, innerhalb dessen die mittleren Platten-temperaturen variiert wurden, erstreckte sich von 15 bis ca. 35°. Die Genauigkeit, mit der sich die Temperaturkoeffizienten bestimmen ließen, war natürlich eine sehr verschiedene; in manchen Fällen war mitunter nur die Richtung festzustellen, in einigen nicht einmal dies mit Sicherheit, während wieder in anderen eine relativ große Genauigkeit erreichbar war.

Ich habe mit Hilfe der so bestimmten Temperaturkoeffizienten, soweit wie möglich, die gefundenen Werte für 18° berechnet, was in der Zusammenstellung durch den Index 18 gekennzeichnet ist; wo eine solche Berechnung untunlich war, habe ich den Index weggelassen.

#### IV. Die Longitudinaleffekte.

Entsprechend den vier Transversaleffekten hat man auch vier Longitudinaleffekte zu erwarten; doch habe ich alle vier nur bei Wismut gefunden, ferner zwei bei Eisen, bei den übrigen Metallen nur je einen. Die Longitudinaleffekte sind im Gegensatz zu den Transversaleffekten von der Feldrichtung unabhängig, doch wurde natürlich bei der Messung dieser Effekte das Feld kommutiert, um eventuell überlagerte Transversaleffekte, die durch eine nicht genau longitudinale Anordnung von  $c$  und  $d$  bedingt sein konnten, zu eliminieren. Temperaturkoeffizienten der Longitudinaleffekte habe ich nur ausnahmsweise bestimmt.

1. *Galvanomagnetischer Potentialeffekt*, gewöhnlich longitudinaler Halleffekt benannt. Derselbe ist identisch mit der Widerstandsänderung der Platte im Magnetfeld und ist daher durch  $\frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$  gegeben, wobei  $\omega$  den Widerstand im Feld,  $\omega_0$  denselben außerhalb des Feldes bedeutet. Die Bestimmung<sup>1)</sup> geschah durch Messung der Potentialänderung zwischen  $c$  und  $d$  durch ein Galvanometer im Nebenschluß.

1) Natürlich sind auch hier Störungen durch gleichzeitig auftretende longitudinale Temperaturdifferenzen wenigstens bei Wismut zu erwarten, doch sind dieselben außerordentlich klein.

Dieser Effekt kommt bei allen von mir untersuchten Metallen<sup>1)</sup> mit Ausnahme von Kupfer in meßbarer Stärke vor.

2. *Galvanomagnetischer Temperatureffekt.* Derselbe ist zuerst von Nernst<sup>2)</sup> aufgefunden worden, welcher zeigte, daß in einem stromdurchflossenen Wismutstäbchen durch Felderregung ein longitudinales Temperaturgefälle in dem Sinne auftritt, daß die hierdurch hervorgerufene longitudinale thermomagnetische Potentialdifferenz der ursprünglichen entgegengewirkt. Quantitative Messungen lagen bisher hierüber noch nicht vor. Es ist mir nun bei Wismut gelungen zu zeigen, daß die auftretende sehr geringe Temperaturdifferenz der primären Stromstärke proportional ist und sehr wahrscheinlich von der Feldstärke in gleicher Weise abhängt, wie die scheinbare Widerstandsänderung. Die Messung geschah, indem die Thermoelemente *c* und *d* in gleicher Weise wie sonst *a* und *b* auf das Dubois-Rubensgalvanometer geschaltet wurden.

3. *Thermomagnetischer Potentialeffekt.* Er wurde in gleicher Weise gemessen wie bei Nernst<sup>3)</sup>, d. h. durch die scheinbare Änderung der Thermokraft Platte gegen Kupfer im Felde. Die auftretende Potentialdifferenz ist also  $\pi = \Delta\theta = \theta_F - \theta_0$ , worin  $\theta_F$  die Thermokraft im,  $\theta_0$  die ohne Feld bedeutet. Der Effekt fand sich nur bei Wismut.

4. *Thermomagnetischer Temperatureffekt*, ist identisch mit der Änderung des thermischen Leitvermögens im Magnetfeld. Da eine genaue Untersuchung dieses Effektes eine größere Anzahl von Thermoelementen in longitudinaler Richtung erfordert, deren Anbringung in Anbetracht des verfügbaren Raumes Schwierigkeiten verursacht hätte, habe ich auf eine quantitative Messung dieses Effektes verzichtet und mich mit dem qualitativen Nachweis begnügt. Der Effekt fand sich bei Wismut und Eisen. Die Messung geschah, indem das Thermoelement *c* bez. *d* auf das Siemensgalvanometer geschaltet und die Temperaturänderung durch Feldänderung beobachtet wurde.

1) Kupfer und Kobalt habe ich nicht auf Widerstandsänderung untersucht, doch liegen für Kobalt mehrfache Bestimmungen vor, z. B. D. A. Goldhammer, Wied. Ann. 31. p. 367. 1887.

2) W. Nernst, l. c. p. 784. 1887; vgl. auch A. v. Ettingshausen, Wied. Ann. 33. p. 126. 1888.

3) W. Nernst l. c. p. 780.

## V. Leitfähigkeit der Platten.

Die Leitfähigkeitsbestimmungen geschahen, indem zu den Platten eine Galvanometer im Nebenschluß gelegt wurde. Die Nebenschlußelektroden waren ebenso wie die Primärzuführungen zur Erzielung paralleler Stromlinien über die ganze Platte angelötet, ihr Abstand war tunlichst groß gewählt. Bei den in Blechform vorhandenen Metallen Nickel und Eisen konnte die Messung an längeren Streifen vorgenommen werden, aus denen dann die Platten herausgeschnitten wurden. Bei der Ermittlung der Temperaturkoeffizienten wurden Ölbäder verwendet.

## VI. Thermokraft.

Bezüglich der Meßmethode verweise ich auf p. 892.

## VII. Herstellung und Ausmessung der Platten.

Über die Herstellung ist bezüglich der Wismut- und Antimonplatten zu bemerken, daß dieselben in Formen von Eisenblech<sup>1)</sup> gegossen wurden. Aus gänzlich blasenfreien Gußstücken wurden auf der Drehbank möglichst planparallele Platten geschliffen, denen dann durch Befeilen die gewünschte Länge und Breite erteilt wurde.

Was das Verhältnis der Breite zur Länge betrifft, so darf dasselbe den Wert  $\frac{2}{3}$  nicht überschreiten<sup>2)</sup>, da sich sonst die Transversaleffekte zum Teil außerhalb des Magnetfeldes ausgleichen. Da für die in Frage kommende Länge die Länge des Magnetfeldes = 4 cm zu setzen ist, durfte die Plattenbreite den Wert 2,7 cm nicht überschreiten. Bei den definitiven Messungen blieb die Breite stets unter 2 cm, doch durfte sie im Interesse einer genauen Messung nicht wesentlich unter 1 cm betragen, da sonst die Ausschläge bei den meisten Platten zu klein wurden.

1) Einen Einfluß auf die Reinheit hatte dies nach den Ergebnissen der Analyse nicht. Messing konnte nicht angewendet werden, da es sich mit Antimon verband.

2) Für den Halleffekt vgl. A. v. Ettingshausen u. W. Nernst, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 94. Abt. II. p. 764. 1887. Daß man unterhalb dieses Verhältnisses  $P$  noch unabhängig von der Breite erhält, zeigte sich bei meinen Vorversuchen mit Antimon. Für die thermomagnetischen Effekte muß natürlich das gleiche Verhältnis bestehen.



Die Dicke der Platten wurde mit einem Zeisschen Dickenmesser<sup>1)</sup> bestimmt, der 0,001 mm abzulesen gestattet. Die angegebenen Werte sind Mittel aus Messungen an je 20 verschiedenen Stellen der Platten. Für die elektrolytisch gewonnenen Bleche Nickel I und Kobalt erwies sich diese Messungsweise als untunlich; bei diesen wurde daher die mittlere Dicke durch Wägung gefunden.

**Zusammenstellung der verschiedenen Effekte für die einzelnen Metalle.**

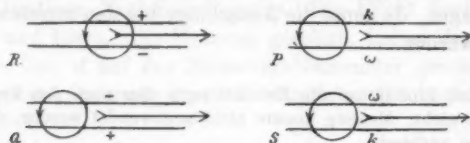
Zur Charakterisierung der Richtung der Transversaleffekte gebe ich bei der Besprechung jeder einzelnen Platte vier kleine Zeichnungen, welche für eine bestimmte Feld- und Stromrichtung das Auftreten der Transversaleffekte durch die Bezeichnungen +, -,  $w$  (warm),  $k$  (kalt) dartun. Die Richtung des Primärstromes bez. Wärmestromes ist durch den geraden Pfeil gekennzeichnet, die Feldrichtung durch den Rotationssinn der das Feld ersetzenden Ampèreschen Ströme. Die Vorzeichen der Koeffizienten ergeben sich dann aus den bei Drude zusammengestellten Regeln.<sup>2)</sup>

**I. Wismut.**

Sämtliche Effekte sind, wie bekannt, nicht unabhängig von der Feldstärke, weswegen ich die zugehörigen Feldstärken mitteile.

**A. Platte I. Wismut von Kahlbaum.**

$\beta = 1,835$  cm,  $\delta = 0,0562$  cm, Korrektionsfaktor  $\psi = 1,087$ ,  
 $\Theta = 69$  Mikrovolt,  $\eta_{18} = 1,27 \cdot 10^{-4}$ ,  $\alpha = + 0,0040$ .



1) Der Apparat ist ursprünglich zu Messungen von Linsenkrümmungen bestimmt, doch läßt er sich mit einer kleinen Modifikation als Dickenmesser verwenden.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. 3. p. 374 u. ff. 1900.

## Galvanomagnetische Transversaleffekte. Für:

$\xi = 8980$	$R_{18} = -6,88$	$P_{18} = +3,58 \cdot 10^{-5}$
6290	- 5,80	+ 5,16 $\cdot 10^{-5}$
8300	- 5,28	+ 5,83 $\cdot 10^{-5}$
10570	- 4,82	+ 6,27 $\cdot 10^{-5}$

Die Temperaturkoeffizienten sind, wie innerhalb der Beobachtungsfehler überhaupt für alle Effekte, unabhängig von der Feldstärke. Beide Effekte nehmen mit steigender Temperatur ab, aber in verschiedenem Maße; es ist für  $R \alpha = -0,0028$ ; für  $P \alpha = -0,0059$ .

## Thermomagnetische Transversaleffekte.

$\xi = 2660$	$Q_{18} = -1,25 \cdot 10^{-1}$	
8980	- 1,78 $\cdot 10^{-1}$	$S_{18} = -2,05 \cdot 10^{-6}$
6290	- 2,34 $\cdot 10^{-1}$	- 1,12 $\cdot 10^{-6}$
8300	- 2,61 $\cdot 10^{-1}$	- 0,55 $\cdot 10^{-6}$
10570	- 2,75 $\cdot 10^{-1}$	- 0,19 $\cdot 10^{-6}$

$Q$  nimmt mit steigender Temperatur ab und zwar ist  $\alpha = -0,017$ , hingegen nimmt  $S$  um etwa 1 Proz. mit steigender Temperatur zu. Eine genauere Bestimmung war nicht möglich.

Longitudinaler galvanomagnetischer Potentialeffekt (bei etwa  $19^\circ$ ).

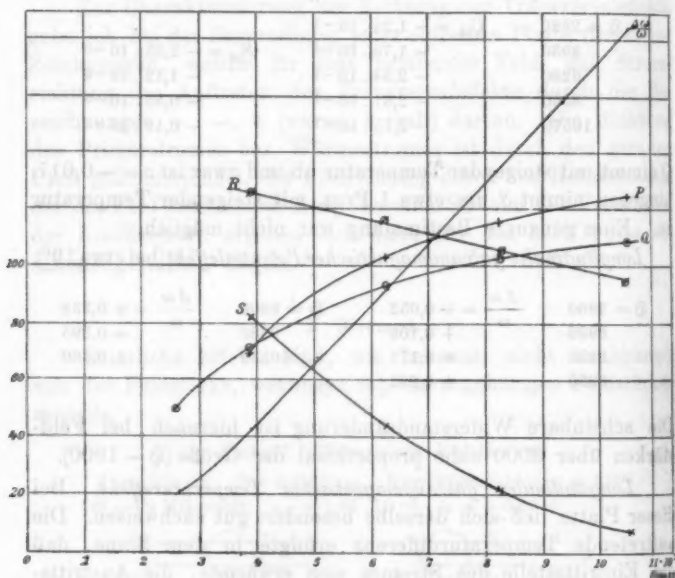
$\xi = 2660$	$\frac{\Delta \omega}{\omega} = +0,052$	$\xi = 8300$	$\frac{\Delta \omega}{\omega} = +0,388$
8980	+ 0,106	8380	+ 0,395
5180	+ 0,171	10580	+ 0,460
6290	+ 0,232		

Die scheinbare Widerstandsänderung ist hiernach bei Feldstärken über 3000 nahe proportional der Größe  $(\xi - 1900)$ .

*Longitudinaler galvanomagnetischer Temperatureffekt.* Bei dieser Platte ließ sich derselbe besonders gut nachweisen. Die auftretende Temperaturdifferenz erfolgte in dem Sinne, daß die Eintrittsstelle des Stromes sich erwärmte, die Austrittsstelle abkühlte. Da bei dieser Platte, wie im nächsten Absatz gezeigt wird, die longitudinale thermomagnetische Potentialdifferenz dem bestehenden Wärmestrom entgegengesetzt auftrat, so wird die Nernstsche Regel über den Sinn des Effektes (vgl. p. 908) bestätigt. Um die Größenordnung des Effektes zu kennzeichnen, diene die Angabe, daß bei einer Primärstromstärke von 1 Amp. durch eine Feldstärke von 10600 Einh.

ein Temperaturgefälle von  $0,04^\circ$  in der Platte hervorgerufen wurde.

*Longitudinaler thermomagnetischer Potentialeffekt.* Der Sinn des Effektes war, wie bereits gesagt, derartig, daß der in der Platte hervorgerufene Longitudinalstrom dem Wärmestrom entgegengerichtet war. Es betrug die scheinbare Änderung der Thermokraft bei einer Feldstärke von 6290 Einh. 9,3 Mikrovolt, bei 10570 Einh. 15,2 Mikrovolt. Das Verhältnis der Feldstärken ist 1,68, das der Potentialänderungen 1,63, somit besteht angenäherte Proportionalität mit der Feldstärke. Die mittlere Versuchstemperatur betrug  $28^\circ$ .



Die Ordinateneinheit bedeutet:

für  $-R$   $0,5 \cdot 10^{-1}$  der gew. Einh. für  $-S$   $0,25 \cdot 10^{-7}$  der gew. Einh.  
 „  $+P$   $0,5 \cdot 10^{-6}$  „ „ „ „  $+\frac{A}{\omega}$   $0,25 \cdot 10^{-2}$  „ „ „  
 „  $-Q$   $0,25 \cdot 10^{-2}$  „ „ „ „

Tafel I.

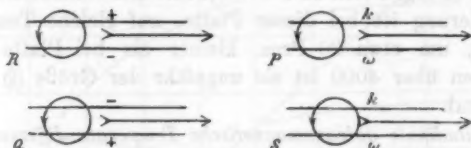
*Thermomagnetischer longitudinaler Temperatureffekt.* Durch Magnetisierung — Feldstärke 10570, mittlere Plattentemperatur

gleich  $29^\circ$  — entstand ein dem herrschenden entgegengesetztes Temperaturgefälle, das etwa 1 Proz. des bestehenden betrug. Die Abhängigkeit von der Feldstärke war bei der Kleinheit des Effektes nicht zu ermitteln.

In der beigegebenen Tafel I, p. 912, ist die Abhängigkeit der vier Transversaleffekte und der scheinbaren Widerstandsänderung von der Feldstärke für diese Platte veranschaulicht.

#### B. Platte II. Wismut von Kahlbaum.

$\beta = 0,930$  cm,  $\delta = 0,0553$  cm, Korrektionsfaktor  $\psi = 1,037$ ,  
 $\Theta = 60$  Mikrovolt,  $\eta_{18} = 1,48 \cdot 10^{-4}$ ,  $\alpha = +0,004$ .



#### Galvanomagnetische Transversaleffekte.

$\Phi = 2660$	$R = -3,26$	$P_{18} = +3,67 \cdot 10^{-5}$
6290	- 2,76	+ $5,81 \cdot 10^{-5}$
8800	- 2,46	+ $6,20 \cdot 10^{-5}$
9220	- 2,27	—
10870	- 2,19	+ $6,34 \cdot 10^{-5}$

Die beiden Effekte nehmen mit steigender Temperatur ab, es ist  $\alpha = -0,00074$  für  $R$ , also viel kleiner als bei Platte I, dagegen ist  $\alpha = -0,0054$  fast ebenso wie bei I, wie denn auch  $P$  für beide Platten nahezu gleich ist, während  $R$  bei II nur etwa halb so groß ist wie bei I, obwohl beide Platten aus demselben Stück geschnitten waren (vgl. p. 896).

#### Thermomagnetische Transversaleffekte.

$\Phi = 6290$	$Q_{18} = -0,261$	$S_{18} = +1,74 \cdot 10^{-6}$
8800	—	+ $1,82 \cdot 10^{-6}$
8690	- 0,279	—
9380	—	+ $1,86 \cdot 10^{-6}$
10570	- 0,274	+ $1,92 \cdot 10^{-6}$

Auffallend ist hier, daß beide Effekte verhältnismäßig unabhängig von  $\Phi$  sind — allerdings fehlen Messungen bei geringeren Feldstärken —, sowie daß hier  $S$  mit anderem Vorzeichen erscheint als bei Platte I.  $Q$  nimmt mit steigender

Temperatur ab, und zwar ist  $\alpha = -0,0017$  das nämliche wie bei I, während  $S$  auch hier zunimmt, und zwar noch stärker als bei I, nämlich um ca. 2,3 Proz. pro  $1^\circ$ .

*Galvanomagnetischer longitudinaler Potentialeffekt* (bei  $21,5^\circ$ ).

$\mathfrak{H} = 2660$	$\frac{\Delta \omega}{\omega} = + 0,039$	$\mathfrak{H} = 8300$	$\frac{\Delta \omega}{\omega} = + 0,274$
3930	+ 0,082	9450	+ 0,324
5130	+ 0,132	10590	+ 0,376
6290	+ 0,184		

Hier habe ich auch den Temperaturkoeffizienten von  $\Delta \omega / \omega$  bestimmt, er ergab sich zu  $\alpha = -0,013$ . Die scheinbare Widerstandsänderung ist bei dieser Platte, auf gleiche Temperatur berechnet, um etwa 20 Proz. kleiner als bei Platte I. Bei Feldstärken über 4000 ist sie ungefähr der Größe ( $\mathfrak{H} - 2100$ ) proportional.

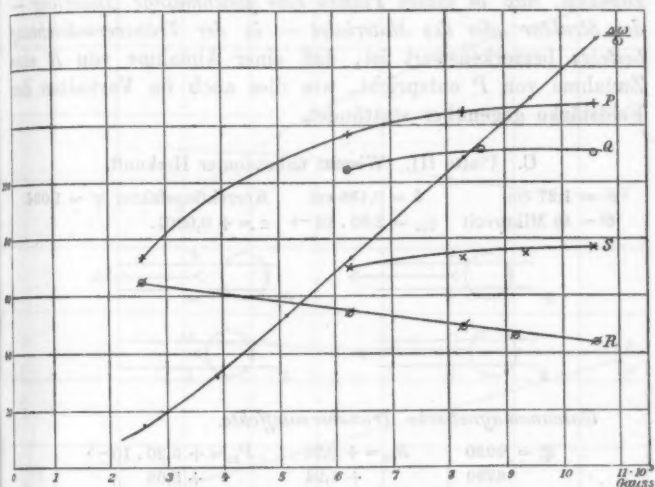
*Longitudinale galvanomagnetische Temperaturdifferenz.* Versuchstemperatur =  $22^\circ$ . Der Sinn ist der gleiche wie bei Platte I, es wird auch hier die Nernstsche Regel bestätigt. Ein Primärstrom von 1 Ampère bewirkt bei einer Feldstärke von 10 600 Einheiten ein Temperaturgefälle von etwa  $0,04^\circ$ , die Wirkung ist also in Anbetracht der größeren Stromdichte nur etwa halb so groß wie bei I.

*Longitudinale thermomagnetische Potentialdifferenz.* Der Sinn ist der nämliche wie bei I. Bei einer Feldstärke von 2660 Einheiten war die scheinbare Zunahme der Thermokraft = 3,27 Mikrovolt, bei 6290 Einheiten = 8,43 Mikrovolt. Mittlere Plattentemperatur war hierbei  $28,7^\circ$ . Bei einer Plattentemperatur von  $24,1^\circ$  ergab sich bei 6290 Einheiten  $\Delta \Theta = 7,01$  Mikrovolt, somit  $\alpha = + 0,061$ . Der Effekt bei dieser Platte ist hiermit, auf gleiche Temperatur berechnet, um ca. 14 Proz. kleiner als bei Platte I. Was die Abhängigkeit von der Feldstärke betrifft, so ist das Verhältnis der Feldstärken 2,364, das der Potentialänderungen = 2,58.

*Longitudinaler thermomagnetischer Temperatureffekt.* Das entstehende Temperaturgefälle war dem ursprünglichen entgegengesetzt und betrug etwa 1 Proz. desselben. Dabei war die Feldstärke 10 600, die mittlere Plattentemperatur =  $30^\circ$ .

In Tafel II sind für Platte II die nämlichen Größen wie in Tafel I in ihrer Abhängigkeit von der Feldstärke dargestellt.

Die beiden Platten I und II waren, wie bereits eingangs erwähnt, aus einer Platte der ursprünglichen Breite 2,64 cm durch einen Längsschnitt hergestellt worden, an der ich vorher leider nur die galvanomagnetischen Effekte beobachtet hatte. Dieselben zeigten der Feldstärke gegenüber dasselbe Verhalten



Die Ordinateneinheit bedeutet:

für  $-R$   $0,5 \cdot 10^{-1}$  der gew. Einh.    für  $-S$   $0,25 \cdot 10^{-7}$  der gew. Einh.  
 „  $+P$   $0,5 \cdot 10^{-6}$  „ „ „    „  $+\frac{\Delta\omega}{\omega}$   $0,25 \cdot 10^{-2}$  „ „ „  
 „  $-Q$   $0,25 \cdot 10^{-2}$  „ „ „

Tafel II.

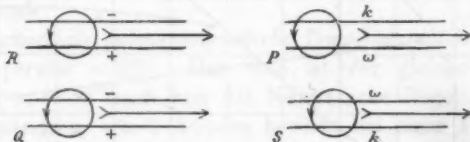
wie bei I und II, d. h.  $P$  stieg mit wachsender Feldstärke, während  $R$  abnahm. Die Versuche geschahen bei  $22^\circ$ . Im folgenden sind für die Feldstärke 6290 diese 3 Platten zusammengestellt, wobei die Werte für I und II mit Hilfe der zugehörigen Temperaturkoeffizienten für  $22^\circ$  berechnet sind.

	Platte I	Platte II	ursprüngliche Platte	
			beobachtet	berechnet
Breite $\beta$	1,64 cm	0,93 cm		2,64 cm
$R$	- 5,75	- 2,75	- 4,61	- 4,66
$P$	+ 5,05 · 10 <sup>-6</sup>	+ 5,69 · 10 <sup>-6</sup>	+ 5,22 · 10 <sup>-6</sup>	+ 5,28 · 10 <sup>-6</sup>

Unter der Rubrik „berechnet“ sind die Koeffizienten  $R$  und  $P$  der ursprünglichen Platte aus denen von I und II berechnet, wobei diese Werte im Verhältnis der Plattenbreiten berücksichtigt wurden. Die Übereinstimmung mit der Beobachtung ist eine überraschend gute. Es scheint hieraus hervorzugehen, daß in diesen Platten eine gleichmäßige Änderung — der Struktur oder des Materiales — in der Transversalrichtung besteht; bemerkenswert ist, daß einer Abnahme von  $R$  eine Zunahme von  $P$  entspricht, wie dies auch im Verhalten der Feldstärke gegenüber stattfindet.

### C. Platte III. Wismut unbekannter Herkunft.

$$\begin{array}{lll} \beta = 1,27 \text{ cm} & \delta = 0,138 \text{ cm} & \text{Korrektionsfaktor } \psi = 1,034. \\ \Theta = 46 \text{ Mikrovolt} & \eta_{18} = 2,80 \cdot 10^{-4} & \alpha = + 0,0001. \end{array}$$



### Galvanomagnetische Transversaleffekte.

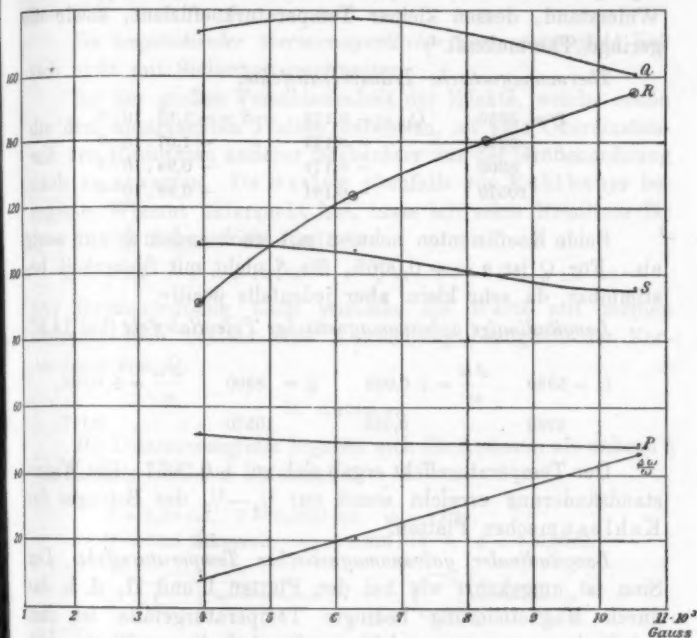
$\Phi = 3930$	$R_{18} = + 0,91$	$P_{18} = + 5,20 \cdot 10^{-5}$
6290	+ 1,24	+ 5,03 „
8300	+ 1,41	+ 4,88 „
10570	+ 1,56	+ 4,69 „

Diese Platte verhält sich bezüglich der galvanomagnetischen Effekte völlig anders wie die Platten aus Kahlbaumschen Wismut. Besonders auffallend ist zunächst das positive Vorzeichen von  $R$ . Auch ist die Abhängigkeit von der Feldstärke gerade umgekehrt wie bei den Kahlbaumschen Platten, es wächst  $R$  mit steigendem  $\Phi$ , während  $P$  abnimmt (Tafel III). Auch in den Temperaturkoeffizienten zeigt sich ein bedeutsamer Unterschied,  $R$  nimmt mit steigender Temperatur ab, und zwar außerordentlich stark, es ist  $\alpha = - 0,021$ , während  $P$  hingegen zunimmt ( $\alpha = + 0,0066$ ).

Dieses abnorme Verhalten läßt sich wohl nur auf Verunreinigungen zurückführen, die dabei in so geringer Menge vorhanden sein können, daß sie durch die chemische Analyse nicht nachweisbar sind. Zieht man zum Vergleich die Unter-



suchungen von v. Ettingshausen und Nernst über Zinn-Wismutlegierungen im Magnetfeld<sup>1)</sup> heran, so findet man bei



Die Ordinateneinheit bedeutet:

für +R	0,1 · 10 <sup>-1</sup>	der gew. Einh.	für -S	0,1 · 10 <sup>-7</sup>	der gew. Einh.
" +P	0,1 · 10 <sup>-5</sup>	" " "	" + $\frac{d\omega}{\omega}$	0,25 · 10 <sup>-2</sup>	" " "
" -Q	0,1 · 10 <sup>-2</sup>	" " "			

Tafel III.

den Legierungen einen Teil der obigen Erscheinungen wieder, so das positive Vorzeichen von R, das Anwachsen desselben

1) A. v. Ettingshausen u. W. Nernst, Wied. Ann. 33. p. 477. 1888. Ich vermute allerdings, daß auch das sogenannte ganz reine Wismut dieser Herren spurenweise verunreinigt war. Hierfür spricht die geringe Leitfähigkeit  $4,8 \cdot 10^{-6}$  und der negative kleine Temperaturkoeffizient des spezifischen Widerstandes = - 0,0012, während ich für das Kahlbaum'sche Wismut (Platte I)  $\sigma = 7,9 \cdot 10^{-6}$  und den Temperaturkoeffizienten des Widerstandes = + 0,0040 in guter Übereinstimmung mit allen anderen Beobachtungen für reines Wismut gefunden habe. Eine Zusammenstellung findet sich bei Barlow l. c., p. 908.

mit der Feldstärke. Für das Vorhandensein von Verunreinigungen in Platte III sprechen ferner der große spezifische Widerstand, dessen kleiner Temperaturkoeffizient, sowie die geringe Thermokraft.<sup>1)</sup>

*Thermomagnetische Transversaleffekte.*

$\S = 3930$	$Q_{18} = -0,173$	$S = -1,10 \cdot 10^{-6}$
6290	-0,177	-1,07 · 10 <sup>-6</sup>
8300	-0,171	-0,98 · 10 <sup>-6</sup>
10370	-0,161	-0,96 · 10 <sup>-6</sup>

Beide Koeffizienten nehmen mit wachsendem  $\S$  nur wenig ab. Für  $Q$  ist  $\alpha = -0,0065$ , für  $S$  nicht mit Sicherheit bestimmbar, da sehr klein, aber jedenfalls positiv.

*Longitudinaler galvanomagnetischer Potentialeffekt (bei 14,8°).*

$\S = 3930$	$\frac{\Delta \omega}{\omega} = +0,023$	$\S = 8300$	$\frac{\Delta \omega}{\omega} = +0,083$
6290	0,053	10370	0,117.

Der Temperatureffekt ergab sich zu  $+0,0057$ . Die Widerstandsänderung erreicht somit nur  $\frac{1}{4} - \frac{1}{3}$  des Betrages der Kahlbaumschen Platten.

*Longitudinaler galvanomagnetischer Temperatureffekt.* Der Sinn ist umgekehrt wie bei den Platten I und II, d. h. das durch Magnetisierung bedingte Temperaturgefälle ist dem Primärstrom entgegengerichtet. Da bei dieser Platte auch der thermomagnetische longitudinale Potentialeffekt seine Richtung wechselt, so bleibt auch hier die Nernstsche Regel gültig. Der Temperatureffekt ist etwa 5—6 mal kleiner als bei den Kahlbaumschen Platten.

*Longitudinaler thermomagnetischer Potentialeffekt.* Der Sinn des Effektes ist derartig, daß der Longitudinalstrom gleichgerichtet mit dem Wärmestrom fließt. Bei  $\S = 6290$  war  $\Delta \theta = -3,40$  Mikrovolt, für  $\S = 10\ 600$  war  $\Delta \theta = -7,94$

1) Zeichnet man die Kurve für die Thermokraft Cu-Bi in ihrer Abhängigkeit vom Zinngehalt des Bi nach den Angaben der genannten Herren, so würde sich für meine Platte III hieraus der Zinngehalt 0,4 Proc. ergeben. Natürlich soll dieser Zahl keinerlei positives Gewicht beigelegt, sondern damit nur eine Erklärungsmöglichkeit angedeutet werden.

Mikrovolt, das Verhältnis der Potentialänderungen somit 2,34, das der zugehörigen Feldstärken = 1,686. Versuchstemperatur war 23°.

Ein longitudinaler thermomagnetischer Temperatureffekt ließ sich nicht mit Sicherheit nachweisen.

Bei der großen Verschiedenheit der Effekte, welche schon die drei untersuchten Platten aufweisen, ist eine Übereinstimmung mit den Resultaten anderer Beobachter nur der Größenordnung nach zu erwarten. Da Barlow ebenfalls von Kahlbaum bezogenes Wismut untersucht hat, lasse ich seine Resultate für  $\xi = 10\,000$  folgen. Er fand

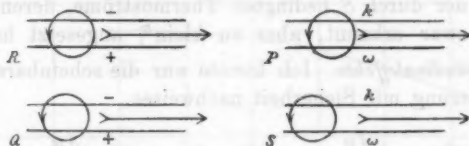
$$R = -2,4 \quad P = +10 \cdot 10^{-5} \quad Q = +?^1) \quad S = +1,1 \cdot 10^{-6}$$

Der Größenordnung nach stimmen die Werte mit meinen überein, doch besteht eine Abweichung bezüglich des Vorzeichens von  $Q$ .

## II. Antimon.

Die Transversaleffekte ergaben sich für Antimon als nahezu <sup>2)</sup> unabhängig von der Feldstärke.

$$\beta = 1,38 \text{ cm}, \quad \delta = 0,0507 \text{ cm}, \quad \psi = 1,039, \\ \Theta = 38,5 \text{ Mikrovolt}, \quad \eta_{18} = 0,426 \cdot 10^{-4}, \quad \alpha = +0,0042.$$



1) Wert nicht mitgeteilt, auch aus Daten nicht zu ermitteln. Der angegebene Temperaturkoeffizient  $\alpha = -0,018$ . Das abweichende Vorzeichen bei Hrn. Barlow ist dadurch zu erklären, daß er die Definitionsgleichung für  $Q$   $Q = Q \xi \beta g$  (l. c. p. 900) mit negativem Vorzeichen einführt, da  $g = -\frac{\delta S}{\delta \lambda}$  den negativen Temperaturgradienten darstellt. Hingegen bleibt das positive Vorzeichen Barlows für  $S$  bestehen, da das durch Vorstehendes bedingte negative Vorzeichen durch einen zweiten Vorzeichenunterschied in der Definition der transversalen Temperaturdifferenz aufgehoben wird.

2) Bei bedeutenden Feldstärken — über 8000 — war für  $R$  eine geringe Abnahme zu konstatieren, für die übrigen Effekte innerhalb der Fehlergrenzen nicht.

Ich teile neben den von mir gefundenen Werten noch die Resultate von A. v. Ettingshausen und W. Nernst sowie Barlow mit.

$$\begin{array}{ll} R_{18} = + 0,219 & \alpha = - 0,0017 \\ P_{18} = + 1,94 \cdot 10^{-6} & \alpha = + 0,0049 \\ Q_{18} = - 1,76 \cdot 10^{-2} & \alpha = - 0,0045 \\ S_{18} = + 2,01 \cdot 10^{-6} & \alpha = - 0,0078 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} R^1) = + 0,188 \text{ u. } 0,09 & R^2) = + 0,208 & \alpha = - 0,0014 \\ \text{---} & P^2) = + 2 \cdot 10^{-6} & \\ Q^2) = - 0,887 \cdot 10^{-2} & \alpha = - 0,00163 & Q^2) = - 1,4 \cdot 10^{-2} \quad \alpha = - 0,004 \\ \text{---} & & S^2) = + 2 \cdot 10^{-6} \end{array}$$

Die Übereinstimmung meiner Werte mit denen von Barlow, der ebenfalls eine Platte aus Kahlbaumschem Antimon gemessen hat, ist im allgemeinen eine recht gute, auch bezüglich der Temperaturkoeffizienten, soweit sie Barlow bestimmt hat. Sein Wert für  $Q$ , der am stärksten abweicht, nähert sich dem meinigen durch Umrechnung auf  $18^\circ$ ; da er bei  $39^\circ$  bestimmt ist, erhält man für  $18^\circ$   $Q = - 1,52 \cdot 10^{-2}$ . Die kleine Differenz erklärt sich wohl aus der nicht genügend berücksichtigten Wirkung der durch  $S$  bedingten Thermoströme, deren Einfluß Barlow zwar erkannt, aber zu klein<sup>5)</sup> angesetzt hat.

*Longitudinaleffekte.* Ich konnte nur die scheinbare Widerstandsänderung mit Sicherheit nachweisen.

$$\text{Für } \oint = 6290 \text{ war } \frac{\Delta \omega}{\omega} = + 0,0095, \quad \oint = 10500, \quad \frac{\Delta \omega}{\omega} = + 0,0215.$$

1) A. v. Ettingshausen u. W. Nernst, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 94. p. 584. 1886.

2) W. Nernst, l. c. p. 775.

3) G. Barlow, l. c. Das Vorzeichen von  $Q$  habe ich entsprechend meiner vorstehenden Bemerkung geändert.

4) Dort nicht angegeben, sondern aus den drei Werten (p. 908) für  $- 79^\circ$ ,  $+ 21,5^\circ$ ,  $+ 58^\circ$  berechnet.

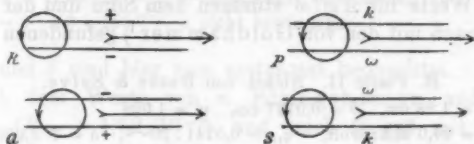
5) Mit etwa 25 Proz., während die von mir angewendete Korrektur 35 Proz. des korrigierten Wertes  $Q$  beträgt. Diese Korrektur ist für Antimon besonders groß, wie auch Barlow bemerkt.

## III. Nickel.

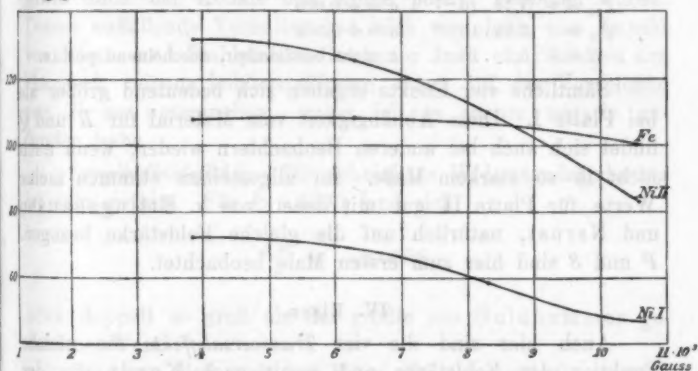
A. Platte I. Elektrolytisch niedergeschlagenes Blech.

$$\beta = 1,50 \text{ cm}, \quad \delta = 0,0014 \text{ cm}, \quad \psi = 1,39$$

$$\Theta = 21,7 \text{ Mikrovolt}, \quad \eta_{12} = 0,0892 \cdot 10^{-4}, \quad \alpha = + 0,0052.$$



Die Transversaleffekte erwiesen sich als stark abhängig von der Feldstärke, doch ist diese Abhängigkeit von  $\mathfrak{H}$  — im Gegensatz zu Wismut — bei den sämtlichen Transversaleffekten die gleiche Funktion. Ich begnüge mich daher, diese Abhängigkeit für  $R$  in Tafel IV darzustellen. Nach den Ver-



Tafel IV. Abhängigkeit des Koeffizienten  $R$  von  $\mathfrak{H}$  für die Platten Fe, Ni I, Ni II. Ordinateneinheit =  $1 \cdot 10^{-4}$ .

suchen von Kundt<sup>1)</sup> ist für Nickel  $R$  — und somit auch die übrigen Effekte — nicht von der Feldstärke, sondern der Magnetisierung unabhängig.

Die Tabelle enthält die Koeffizienten für  $\mathfrak{H} = 10620$ .

$$R_{12} = - 4,69 \cdot 10^{-8} \quad \alpha = + 0,0092$$

$$P_{12} = + 2,8 \cdot 10^{-8} \quad \alpha = + 0,028$$

$$\left. \begin{array}{l} Q = - 1,3 \cdot 10^{-8} \\ S = - 2,0 \cdot 10^{-7} \end{array} \right\} \text{Die Werte von } Q \text{ und } S \text{ waren wegen der geringen Dicke nur unsicher zu bestimmen (vgl. p. 904).}$$

1) A. Kundt, Wied. Ann. 49. p. 257. 1893.

Scheinbare Widerstandsänderung.

$$\begin{array}{cc} \xi = 4840 & \frac{\Delta \omega}{\omega} = -0,0053 \\ 6290 & -0,0056 \end{array} \quad \begin{array}{cc} \xi = 8430 & \frac{\Delta \omega}{\omega} = -0,0059 \\ 10840 & -0,0067 \end{array}$$

Die Werte für  $\Delta \omega / \omega$  stimmen dem Sinn und der Größenordnung nach mit den von Goldhammer<sup>1)</sup> gefundenen überein.

#### B. Platte II. Nickel von Basse & Selve.

$$\beta = 1,28 \text{ cm}, \quad \delta = 0,0127 \text{ cm}, \quad \psi = 1,028$$

$$\Theta = 24,0 \text{ Mikrovolt}, \quad \eta_{18} = 0,0741 \cdot 10^{-4}, \quad \alpha = +0,0065.$$

Die Platte wurde nur auf Transversaleffekte untersucht. Richtung derselben wie bei I. Abhängigkeit des Koeffizienten  $R$  von  $\xi$  ebenfalls in Tafel IV dargestellt. Die nachstehend angegebenen Werte beziehen sich auf  $\xi = 6290$ .

$$R_{18} = -12,5 \cdot 10^{-8} \quad \alpha = +0,0054$$

$$P_{18} = +1,76 \cdot 10^{-7} \quad \alpha = +0,020$$

$$Q_{18} = -3,55 \cdot 10^{-8} \quad \alpha = +0,004$$

$$S = -5,5 \cdot 10^{-7} \quad \alpha \text{ nicht bestimmbar, anscheinend positiv.}$$

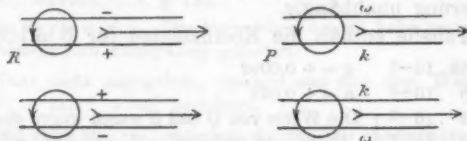
Sämtliche vier Effekte ergaben sich bedeutend größer als bei Platte I. Diese Abhängigkeit vom Material für  $R$  und  $Q$  findet sich auch bei anderen Beobachtern wieder, wenn auch nicht in so starkem Maße. Im allgemeinen stimmen meine Werte für Platte II gut mit denen von v. Ettingshausen und Nernst, natürlich auf die gleiche Feldstärke bezogen.  $P$  und  $S$  sind hier zum ersten Male beobachtet.

#### IV. Eisen.

Auch hier sind die vier *Transversaleffekte* die gleiche Funktion der Feldstärke und somit nach Kundt von der Magnetisierung unabhängig. Für  $R$  ist die Abhängigkeit von  $\xi$  in Tafel IV aufgetragen.

$$\beta = 1,97 \text{ cm}, \quad \delta = 0,0097 \text{ cm}, \quad \psi = 1,101.$$

$$\Theta = 9,5 \text{ Mikrovolt}, \quad \eta_{18} = 0,152 \cdot 10^{-4}, \quad \alpha = +0,0047.$$



1) D. A. Goldhammer, Wied. Ann. 31. p. 366. 1887.

Die folgenden Werte gelten für  $\xi = 6290$ .

$R_{18} = + 10,8 \cdot 10^{-3}$	$\alpha = + 0,0067$
$P = - 5,7 \cdot 10^{-8}$	$\alpha$ nicht bestimmbar.
$Q = + 1,05 \cdot 10^{-3}$	$\alpha$ nicht sicher bestimmbar, aber positiv.
$S = + 3,9 \cdot 10^{-7}$	$\alpha$ nicht bestimmbar.

$P$  und  $S$  sind hier zum erstenmal beobachtet.  $R$  stimmt gut mit dem Werte von v. Ettingshausen und Nernst überein ( $R = + 1,12 \cdot 10^{-2}$ ) und auch  $Q$  gut mit dem von Nernst ( $Q = + 1,56 \cdot 10^{-3}$ ), wenn man bedenkt, daß letzterer nicht wegen der Temperatureffekte korrigiert ist. Mein Wert ergab sich unkorrigiert zu  $1,34 \cdot 10^{-3}$ .

Besonders auffallend ist, daß hier  $P$  mit negativem Vorzeichen auftritt, während es bei den bisher betrachteten Metallen, sowie auch bei Kobalt und Kohle positiv gefunden wurde. Dieses auffallende Verhalten hat mich veranlaßt, eine Anzahl von Eisen- und Stahlplatten, hierunter auch ein Plättchen aus chemisch reinem kohlenstofffreien Eisen auf das Vorzeichen von  $P$  zu untersuchen, wobei ich es immer negativ gefunden habe.

*Longitudinaleffekte.* Die scheinbare Widerstandsänderung ist sehr gering. Für  $\xi = 6290$  fand sich

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = - 0,0008.$$

etwa doppelt so groß als der größte von Goldhammer gefundene Wert.

Hingegen ließ sich bei Eisen der longitudinale thermomagnetische Temperatureffekt oder scheinbare Änderung des thermischen Leitvermögens deutlich nachweisen. Durch Felderregung ( $\xi = 10500$ ) sank eine zwischen  $c$  und  $d$  bestehende Temperaturdifferenz von  $21,5^\circ$  auf  $20,3^\circ$ , um nach Aufhebung des Feldes ziemlich genau den alten Wert wieder anzunehmen. Es entstand also ein dem herrschenden entgegengerichtetes Temperaturgefälle, das etwa 6 Proz. desselben betrug. Dieser Effekt ist, wie ich mich mehrfach überzeugt habe, wesentlich größer als die bei Eisen auftretenden eingangs besprochenen Störungen, so daß man schließen muß, daß durch Magnetisierung die thermische Leitfähigkeit des Eisens vermindert

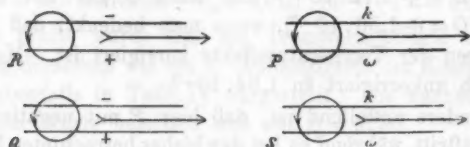


wird, ein Resultat, das mit den Beobachtungen von Batteli<sup>1)</sup> in Übereinstimmung steht.

Eine bei Eisen scheinbar auftretende longitudinale thermomagnetische Potentialdifferenz war von der Größe und Richtung, daß sie durch den vorstehend besprochenen Temperatureffekt bedingt sein konnte.

#### V. Kobalt.

$$\beta = 180 \text{ cm}, \quad \delta = 0,0011 \text{ cm.}$$



Die Platte wurde nur auf Transversaleffekte untersucht. Infolge der Kleinheit der Effekte, bez. Unsicherheit, mit der sie bestimmbar waren, wurde auf Anbringung von Korrekturen verzichtet.

$\bar{\Phi} = 4400$	$R_{34} = + 1,61 \cdot 10^{-3}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{v. Ettingshausen und Nernst fanden} \\ R = + 1,55 \cdot 10^{-2} \\ \text{bei einer zweiten Platte } + 0,46 \cdot 10^{-2} \end{array} \right.$
4400	$P_{34} = + 0,9 \cdot 10^{-8}$	
6290	$Q = - 2,0 \cdot 10^{-3}$	
10570	$Q = - 1,8 \cdot 10^{-3}$	Nernst fand $Q = - 2,24 \cdot 10^{-3}$ .
10570	$S = + 1,8 \cdot 10^{-7}$	

$P$  und  $S$  sind zum erstenmal beobachtet. Mein Wert von  $R$  ist wesentlich kleiner als der v. Ettingshausen und Nernst. Jedoch war nach ihren Angaben ihre Platte I sehr stark, ihre Platte II schwach eisenhaltig, während meine elektrolytisch niedergeschlagene wohl als eisenfrei anzusehen ist.

#### VI. Kohle.

$$\beta = 2,48 \text{ cm}, \quad \delta = 0,058 \text{ cm}, \quad \Theta = 1,07 \text{ Mikrovolt}, \quad \eta_{19,5} = 60,7 \cdot 10^{-4}.$$



1) A. Batteli, Atti dell' Acc. di Torino 21. p. 559. 1886. Eine Literaturszusammenstellung über diese strittige Frage vgl. A. Winkelmann, Handbuch 2. Teil 2.

Die Kohle erwärmte sich bei den galvanomagnetischen Versuchen infolge des verhältnismäßig starken Primärstromes auf etwa  $90^\circ$ . Für  $\xi = 10270$  fand sich

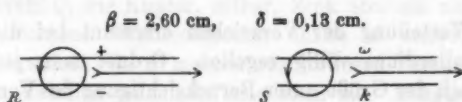
$$R = -0,160 \quad \text{v. Ettingshausen und Nernst fanden } R = -0,176$$

$$P = +0,5 \cdot 10^{-5}$$

Es gelang mir nicht, die thermomagnetischen Effekte nachzuweisen, während Nernst  $Q = -1 \cdot 10^{-4}$  erhalten hat. Auch konnte ich keinen Longitudinaleffekt beobachten.

## VII. Kupfer.

Nur auf Transversaleffekte untersucht. Die mit Kupfer angestellten Versuche waren überhaupt mehr orientierender Art. Ich gedenke dieselben sorgfältiger zu wiederholen; doch scheint mir der Nachweis von  $S$  einer vorläufigen Mitteilung wert zu sein.



Unabhängig von  $\xi$  ergab sich

$$R = -5,4 \cdot 10^{-4} \quad \text{nach v. Ettingshausen u. Nernst } R = -5,2 \cdot 10^{-4}$$

$$P \text{ nicht nachweisbar}$$

$$Q \text{ nicht sicher nachweisbar} \quad \text{nach Nernst ist } Q = +9 \cdot 10^{-5}$$

$$S = -1,4 \cdot 10^{-7}$$

Hiervon ist  $S$  zum erstenmal beobachtet. Die Bestimmung von  $S$  war infolge des sehr konstanten Temperaturgleichgewichtes in der gut leitenden, nicht zu dünnen Platte verhältnismäßig sehr sicher durchzuführen.

## VIII. Konstantan.

Es konnte nur  $R$  nachgewiesen werden. Es ergab sich

$$R = -0,9 \cdot 10^{-3}$$

### Vergleichende Zusammenstellung der Versuchsergebnisse.

Ordnet man die untersuchten Platten — ohne Berücksichtigung des Vorzeichens — nach der Größe<sup>1)</sup> der beobachteten

1) Eine gewisse Unsicherheit in der Reihenfolge für Metalle mit annähernd gleich großen Effekten ist durch die Abhängigkeit von der

Effekte<sup>1)</sup>, so findet man, daß die Reihenfolge der Platten angenähert für alle Effekte die gleiche ist. Im großen und ganzen ist die Reihenfolge des Halleffektes maßgebend, wie aus der folgenden, nur nach der Größe geordneten Zusammenstellung hervorgeht.

<i>R</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>S</i>	$\frac{\Delta \omega}{\omega}$
Bi I -	Bi II +	Bi II -	Bi I -	Bi I +
Bi II -	Bi I +	Bi I -	Sb +	Bi II +
Bi III +	Bi III +	Bi III -	Bi II +	Bi III +
Sb -	Sb +	Sb -	Bi III -	Sb +
C -	C +	Ni II -	Ni II -	Ni I -
Ni II -	Ni II +	Co -	Fe +	Fe -
Fe +	Fe -	Ni I -	Ni I -	Co - <sup>2)</sup>
Ni I -	Ni I +	Fe +	Cu -	-
Co +	Co +	C - <sup>2)</sup>	Co +	-
Cu -	-	Cu - <sup>2)</sup>	-	-

Die Verteilung der Vorzeichen erscheint bei dieser Anordnung allerdings völlig regellos. Ordnet man jedoch die Effekte nach der Größe unter Berücksichtigung des Vorzeichens, so ergeben sich für die Transversaleffekte zwei Gruppen von je zwei Reihen, die unter sich, wenn man von den Wismutplatten stellenweise absieht, vollständig parallel laufen. Die eine Gruppe umfaßt den galvanomagnetischen Potential- und den thermomagnetischen Temperatureffekt, die andere den thermomagnetischen Potential- und den galvanomagnetischen Temperatureffekt. Ich lasse die Reihen folgen.

## Gruppe I

<i>R</i>	<i>S</i>	<i>R</i>	<i>S</i>
Bi I -	Bi I -	Cu -	Cu -
Bi II -	Bi III -	Co +	Co +
C -	-	Fe +	Fe +
Ni II -	Ni II -	Sb +	Sb +
Ni I -	Ni I -	Bi III +	Bi II +

Feldstärke bedingt, zumal für die Wismutplatten I und II, bei denen die Abhängigkeit von  $\mathfrak{H}$  für die verschiedenen Effekte eine andere ist.

1) Natürlich können hierbei nur die Transversaleffekte und von den Longitudinaleffekten die Widerstandsänderung in Frage kommen. Konstantan ist ausgelassen.

2) Nach W. Nernst, l. c.

3) Nach D. A. Goldhammer, l. c.

Gruppe II			
Q	P	Q	P
Bi II -	Bi II +	Ni II -	Ni II +
Bi I -	Bi I +	Co -	Ni I +
Bi III -	Bi III +	Ni I -	Co +
Sb -	Sb +	Cu <sup>1)</sup> +	-
C <sup>1)</sup> -	C +	Fe +	Fe -

Abgesehen von der kleinen Umstellung von Kobalt in Gruppe II, ist es nur die Verschiebung von Bi II und Bi III in Gruppe I, die den völligen Parallelismus<sup>2)</sup> der entsprechenden Reihen stört. Für die übrigen untersuchten Platten gilt jedoch die Regel<sup>3)</sup>, daß immer  $R$  und  $S$  gleiches, bez.  $Q$  und  $P$  entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Bei Betrachtung dieser Gruppen erscheint das negative Vorzeichen von  $P$  bei Eisen nicht mehr so auffallend, man könnte vielmehr versucht sein, zu schließen, daß alle Metalle mit positivem  $Q$ , wie Kupfer, Silber, Zink etc. ein negatives  $P$  besitzen möchten. Wahrscheinlich dürfte es schwierig sein, dies nachzuweisen, da  $P$  meinen resultatlosen Versuchen nach bei diesen Metallen jedenfalls sehr klein ist. Hingegen dürfte die oben ausgesprochene Regel bezüglich der Gruppe I auch für andere Metalle einer Prüfung zugänglich sein.<sup>4)</sup>

v. Ettingshausen und Nernst haben die Vermutung ausgesprochen, daß eine nähere Beziehung zwischen dem Hallkoeffizienten  $R$  und der thermoelektrischen Stellung eines Metalles besteht. Ich lasse die thermoelektrische Reihe der von mir untersuchten Platten folgen.

Bi I, Bi II, Bi III, Co, Ni II, Ni I, C, Cu, Fe, Sb.

In dieser Reihe findet der Zeichenwechsel zwischen Cu und Fe statt. Bi III, Co, C haben ihre Stellung gegen die Reihe der  $R$  stark verändert, Bi III und Co noch dazu das

1) Nach W. Nernst, l. c.

2) Es haben übrigens schon A. v. Ettingshausen u. W. Nernst auf Untersuchungen an Zinn-Wismutlegierungen hin einen Zusammenhang der Größen  $Q$  und  $P$  vermutet; Wied. Ann. 33. p. 485. 1888.

3) Nach den Versuchen von M. G. Lloyd, l. c. p. 57 trifft diese Vorzeichenregel auch bei Tellur zu; er fand  $R+$ ,  $S+$ ,  $Q-$ ,  $P+$ .

4) Anmerkung bei der Korrektur. Für Gruppe I habe ich inzwischen die Vorzeichenregel auch für die Metalle Iridium, Palladium, Platin, Silber, Zink und für die Legierungen Messing und Neusilber bestätigt gefunden.

Zeichen gewechselt; die Reihenfolge der sieben anderen Platten ist dieselbe. Die erwähnte Vermutung wird also jedenfalls nicht genau bestätigt.

Eine Betrachtung der vorliegenden Temperaturkoeffizienten der Transversaleffekte läßt keine bestimmte Gesetzmäßigkeit erkennen. Im allgemeinen scheint  $P$  einen größeren Koeffizienten zu haben als  $R$ , doch trifft dies bei Bi III und anscheinend auch bei Eisen nicht zu. Ebensovienig läßt sich bezüglich der Vorzeichen der Temperaturkoeffizienten eine allgemeine Regel aufstellen.

#### Anwendung auf die Theorie von Drude.<sup>1)</sup>

Die Theorie von Drude liefert für die Transversaleffekte im Magnetfeld die vier Gleichungen<sup>2)</sup>

$$R = \frac{c}{\sigma} \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_1 + x_2},$$

$$P = \frac{1}{p \sigma} \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2},$$

$$Q = -\frac{p}{\sigma} (\sigma_1 x_1 y_2 + \sigma_2 x_2 y_1),$$

$$S = \frac{1}{c \sigma} (\sigma_2 y_1 - \sigma_1 y_2).$$

Hierin sind die Größen  $x_1, x_2, y_1, y_2, \sigma_1, \sigma_2$  gegeben durch die Gleichungen

$$x_1 = \frac{\partial \mathfrak{N}_1}{\partial T}, \quad x_2 = \frac{\partial \mathfrak{N}_2}{\partial T}, \quad y_1 = e v_1, \quad y_2 = e v_2, \quad \sigma_1 = e^2 v_1 \mathfrak{N}_1,$$

$$\sigma_2 = e^2 v_2 \mathfrak{N}_2, \quad \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma.$$

Hierbei bedeuten  $\mathfrak{N}_1$  die Zahl der freien Elektronen der Gattung 1 pro Volumeneinheit,  $\mathfrak{N}_2$  die Zahl der freien Elektronen der Gattung 2,  $v_1$  bez.  $v_2$  sind die zugehörigen Beweglichkeiten,  $e$  die Ladung eines Elektrons,  $\sigma$  das elektrostatische

1) Ich beschränke mich in dieser Abhandlung auf eine Prüfung der Drudeschen Theorie, da dieselbe mehr Resultate ergibt, die der zahlenmäßigen Berechnung direkt zugänglich sind als die Theorie von Riecke. Die letzte gestattet nur eine Berechnung der thermoelektrischen Konstanten der Metalle. E. Riecke, l. c. p. 576. Da aber dieselbe ebenfalls die Kenntnis der Abweichung vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz bedingt, so gedenke ich diese Prüfung durchzuführen, wenn ich das Verhältnis der Leitfähigkeiten an meinen Platten gemessen haben werde.

2) P. Drude, l. c. 3. p. 380.

gemessene Leitvermögen des Metalles,  $c$  das Verhältnis der Maßsysteme, und  $p = 1,656 \cdot 10^{-4}$  eine universelle Konstante, bezüglich deren Ableitung ich auf die Originalabhandlung verweise. Hr. Drude hat nun gezeigt, wie man aus diesen Gleichungen unter Zuhilfenahme noch zweier anderer die für ein Metall charakteristischen Größen  $\mathfrak{R}_1$ ,  $\mathfrak{R}_2$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$ ,  $y_2$  ermitteln kann. Aus diesen Größen können der Thomsons Effekt und, wenn man dieselben für zwei Metalle kennt, die Thermokraft der Kombination berechnet werden, so daß eine Prüfung der Theorie ermöglicht ist. Bevor ich nun diesen Weg einschlage, will ich einige Einzelheiten, die sich direkt aus den Gleichungen ablesen lassen, besprechen.

Nach der Theorie ist für alle Metalle das Vorzeichen von  $P$  als positiv festgelegt, während es für die übrigen Effekte verschieden sein kann. Die Begründung ist folgende:  $p$ ,  $\sigma$ ,  $y_1$ ,  $y_2$  sind nach ihrer Definition schon positiv, die Größe  $(x_1 + x_2)$  ist gegeben durch

$$W = 2 T \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma^2} (x_1 + x_2).^1)$$

Hierin bedeutet  $W$  die Abweichung vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz. Da sich dieselbe experimentell<sup>2)</sup> als positiv ergeben hat, muß auch  $(x_1 + x_2)$ , somit  $P$  positiv sein.

Diese Folgerung wird durch meine Versuche im allgemeinen bestätigt, nur Eisen macht eine Ausnahme. Der Widerspruch läßt sich indessen vielleicht auf folgende Weise erklären. Die Abweichung vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz, die nach den Messungen von Jäger und Diesselhorst für Eisen positiv ist, wird im Magnetfeld sicher kleiner, da das thermische Leitvermögen beträchtlich abnimmt, das elektrische, wenn auch nur unbedeutend, zunimmt, so daß die Möglichkeit nicht ausgeschlossen erscheint, daß  $W$  sogar negativ wird. Allerdings wäre dann zu erwarten, daß bei geringen Feldstärken, wo  $W$  noch nicht negativ geworden sein kann, das Vorzeichen von  $P$  — und bei Gültigkeit der Vorzeichenregel auch von  $Q$ <sup>3)</sup> — umgekehrt auftritt, was ich nicht beob-

1) I. c.  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  sind auch positiv nach Definition.

2) I. c. 1. p. 578.

3) Ich habe besondere Versuche über einen eventuellen Vorzeichenwechsel angestellt. Da Messungen von  $P$  wegen der Kleinheit aussichts-

achten konnte. Immerhin könnte dies bei Feldstärken eintreten, bei welchen die Effekte wegen ihrer Kleinheit unterhalb der Beobachtungsgrenze liegen.

#### Berechnung von $R/P$ und $Q/S$ .

Nach der Theorie ist der Ausdruck  $(x_1 + x_2)$  eine reine Temperaturfunktion<sup>1)</sup>, muß daher für alle Metalle denselben Wert besitzen. Aus dem optischen Verhalten und aus der Größe  $W$  bestimmt sich

$$x_1 + x_2 = \frac{\varphi(T)}{T} = \frac{3}{T} = 1 \cdot 10^{-2}$$

rund für gewöhnliche Temperatur. Macht man zur Berechnung der Größenordnung von  $R/P$  bez.  $Q/S$  die willkürliche Annahme, daß  $x_1 = x_2 = 0,5 \cdot 10^{-2}$  ist, so erhält man

$$R:P = 0,5 p c \cdot 10^{-2} \cdot \frac{y_1 - y_2}{y_1 + y_2} = 0,5 p c \cdot 10^{-2} \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2},$$

da  $v_1 e = y_1$  etc., und

$$Q:S = -0,5 p c \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\sigma_2 y_1 + \sigma_1 y_2}{\sigma_1 y_1 - \sigma_2 y_2} = -0,5 p c \cdot 10^{-2} \frac{\mathfrak{N}_2 + \mathfrak{N}_1}{\mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}_1},$$

da  $\sigma_2 = e y_2 \mathfrak{N}_2$  und  $\sigma_1 = e y_1 \mathfrak{N}_1$ .

Für  $p c \cdot 0,5 \cdot 10^{-2}$  kann man setzen<sup>2)</sup>

$$1,656 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} = 2,5 \cdot 10^4.$$

Nun folgt aus dem optischen Verhalten der Metalle, daß die Einzelleitfähigkeiten der positiven und negativen Kerne  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  stark voneinander verschieden sind. Dies kann entweder dadurch bedingt sein, daß die Beweglichkeiten  $v_1$  und  $v_2$  der beiden Kernarten sehr verschieden sind, oder aber die Anzahl, z. B.  $\mathfrak{N}_1$ , der freien Kerne der einen Art die der anderen  $\mathfrak{N}_2$  stark überwiegt. Natürlich können auch beide Annahmen

los erschienen, habe ich denselben bei  $Q$  gesucht. Eine 0,3 mm dicke Eisenplatte wurde in Asbestwatte verpackt zwischen den Polen befestigt. Zur Erzielung eines starken Temperaturgefälles wurde die eine Seite durch ein angelötetes, wasserdurchflossenes Rohr gekühlt, die andere mit einem Bunsenbrenner erhitzt. Zur Vermeidung von thermoelektrischen Störungen waren die Elektroden aus Eisendraht. Jedoch konnte auch bei geringen Feldstärken — ca. 800 — soweit der Effekt noch nachzuweisen war, keine Umkehr des Zeichens von  $Q$  konstatiert werden.

1) P. Drude, l. c. 1. p. 583.

2) l. c. 3. p. 379.



gleichzeitig zutreffen. Würde nun  $v_2$  gegen  $v_1$  verschwinden, so erhielte man  $R:P = 2,5 \cdot 10^4$ ; dasselbe Verhältniß würde sich für  $Q/S$  ergeben, wenn  $\mathfrak{N}_2$  gegen  $\mathfrak{N}_1$  vernachlässigt werden könnte. Nachstehend gebe ich eine Tabelle über  $R/P$  und  $Q/S$ , wie sie sich aus den Beobachtungen berechnen. Für Wismut, wo diese Verhältnisse von der Feldstärke abhängen, habe ich den größten und den kleinsten Wert angeführt.

Platte	$R/P$		$Q/S$	
Bi I	kleines $\Phi$	$17,9 \cdot 10^4$	$7,7 \cdot 10^4$	großes $\Phi$
Bi II		$8,8 \cdot 10^4$	$3,4 \cdot 10^4$	
Bi III		$1,75 \cdot 10^4$	$3,3 \cdot 10^4$	
Sb		$11,3 \cdot 10^4$	$0,88 \cdot 10^4$	
Ni I		$16,7 \cdot 10^4$	$0,65 \cdot 10^4$	
Ni II		$7,1 \cdot 10^4$	$0,65 \cdot 10^4$	
Fe		$18,8 \cdot 10^4$	$0,28 \cdot 10^4$	
Co		$18,0 \cdot 10^4$	$1,4 \cdot 10^4$	

Die Größenordnung deckt sich also in beiden Fällen mit der berechneten, so daß man geneigt sein könnte, beide Annahmen als zutreffend zu erachten. Natürlich ist dieser Übereinstimmung nicht allzuviel Gewicht beizulegen.

Die p. 926 gefundene Zeichenregel läßt sich aus den Gleichungen nicht voraussehen.

Ich wende mich nun der zahlenmäßigen Berechnung der Größen  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  etc. zu, wobei ich mich auf die Platten Bi I, Bi II, Bi III, Sb, Ni II beschränke. Die Werte für Ni I und Co sind aus schon mehrfach erwähntem Grunde zu unsicher, für Co liegen außerdem keine Beobachtungen für die Abweichung  $W$  vom Wiedemann-Franz'schen Gesetz vor; von der Berechnung der Daten von Fe habe ich abgesehen, da für dieses, wie p. 929 gezeigt ist, vom Standpunkte der Theorie aus  $W$  im Felde als negativ anzusehen wäre, wobei natürlich für die Wahl der absoluten Größe von  $W$  keinerlei Anhalt gegeben ist. Für die übrigen Platten habe ich die Größe  $W$  aus den Messungen von Jäger und Diesselhorst entnommen.<sup>1)</sup>

1) Für Antimon liegen leider keine Beobachtungen dieser Herren vor. Ältere Bestimmungen von L. Lorenz (Pogg. Ann. 147. p. 429. 1872) ergeben  $W = 0,45$ . Legt man für  $\alpha$  den Wert  $17 \cdot 10^5$  unter (nach

Es zeigt sich nun, daß die eine Forderung der Theorie, nämlich, daß die Größe  $x_1 + x_2$  für alle Metalle bei der gleichen Temperatur dieselbe ist, leidlich erfüllt ist, wenn man die Unsicherheit einiger Größen, besonders von  $W$ , sowie den Umstand, daß den besonders bei Bi stark auftretenden Longitudinaleffekten keine Rechnung getragen ist, berücksichtigt. Es ergaben sich nämlich für

Platte	Bi I	$x_1 = +3,55 \cdot 10^{-2}$	$x_2 = +1,01 \cdot 10^{-2}$	$x_1 + x_2 = 4,56 \cdot 10^{-2}$
"	Bi II	$+1,14 \cdot 10^{-2}$	$+1,02 \cdot 10^{-2}$	$2,16 \cdot 10^{-2}$
"	Bi III	$+1,67 \cdot 10^{-2}$	$+0,71 \cdot 10^{-2}$	$2,38 \cdot 10^{-2}$
"	Sb	$-0,03 \cdot 10^{-2}$	$+1,52 \cdot 10^{-2}$	$1,49 \cdot 10^{-2}$
"	Ni II	$+0,97 \cdot 10^{-2}$	$-0,08 \cdot 10^{-2}$	$0,89 \cdot 10^{-2}$

Im übrigen aber führt die Berechnung bei den meisten Platten zu Unmöglichkeiten. Es müßten nämlich sowohl  $y_1$  wie  $y_2$  nach der Definition positiv ausfallen, da beide positive Funktionen der Elektronenbeweglichkeiten  $v_1$  und  $v_2$  darstellen.<sup>1)</sup> Dies ist jedoch nicht der Fall, nur für Platte Bi II und Bi III erhält man positive Beweglichkeiten, während für Bi I und Ni II  $y_1$ , für Sb  $y_2$  negativ werden.

Auch die Thomsonwärmen  $q$  berechnen sich nach der Theorie<sup>2)</sup> sämtlich viel — etwa hundertmal — zu groß und stets mit falschem Vorzeichen, nämlich für Platte Bi I, Bi II, Sb, die als chemisch rein anzusehen sind, positiv, für Platte Bi III, die sicher verunreinigt ist, negativ, während das Gegenteil zu erwarten wäre. Ferner ergeben sich die Thermokräfte der Metalle gegeneinander, die sich nach der Drudeschen Theorie wenigstens angenähert berechnen lassen sollten, etwa 5—6 mal zu groß.<sup>3)</sup> Immerhin besitzt dabei wenigstens die

der in E. Riecke, Lehrb. d. Phys. 2. p. 625. 2. Aufl. enthaltenen Tabelle), so wird unter Zugrundelegung des von mir gemessenen elektrischen Leitvermögens  $W = 0,13$ . Den für Sb angegebenen Werten liegt der Mittelwert  $W = 0,3$  zugrunde.

1) P. Drude, l. c. 3. p. 379.

2) l. c. 7. p. 691. 1902.

3) Die Berechnung der Thermokraft geschah nach der Gleichung

$$m = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{e} \log \frac{\eta^a}{\eta^b},$$

(l. c. 1. p. 596), wobei die Größe  $+\frac{1}{2} \frac{\alpha}{e} q(a, b)$  vernachlässigt ist wegen

Thermokraft Bi-Ni für alle drei Platten das entgegengesetzte Vorzeichen wie Sb-Ni, wie dies auch den Tatsachen entspricht.

Die Anzahl der freien Kerne  $\mathfrak{N}_1$  bez.  $\mathfrak{N}_2$  berechnet sich für die einzelnen Metalle stets mit demselben Vorzeichen wie das zugehörige  $y_1$  bez.  $y_2$ ; sie schwankt zwischen den Größenordnungen  $10^{18}$  und  $10^{20}$ ; auf eine detaillierte Angabe glaube ich in Anbetracht des stellenweise unmöglichen Vorzeichens verzichten zu dürfen.

Meine Resultate<sup>1)</sup> sind also nur der Größenordnung nach verträglich mit der Drudeschen Theorie; eine zahlenmäßige Verwendung der beobachteten Resultate führt jedoch zu Widersprüchen. Auf die Unsicherheiten der Größen  $W$  sind die Abweichungen jedenfalls nicht zurückzuführen, da sich in den Rechnungen die Größe  $W$  in viel weiteren Grenzen variieren läßt, als dies in der Tat stattfinden kann, ohne daß ein Vorzeichenwechsel von  $y_1$  bez.  $y_2$  bei den verschiedenen Metallen zu erreichen ist. Um diesen zu erreichen, müßte man  $W$  durch 0 wandern, d. h. negativ werden lassen, was sicher bei den Metallen Bi, Sb, Ni nicht zutrifft.

Hingegen möge erwähnt werden, daß bei einem Vorzeichenwechsel von  $S$ , dem Koeffizienten des thermomagnetischen Temperatureffektes, die besprochenen Widersprüche der Theorie mit der Beobachtung nicht auftreten, und auch eine bessere quantitative Übereinstimmung mit den Tatsachen erzielt würde.

Unkenntnis von  $\varphi(a, b)$ . Streng genommen ergibt sich die Thermokraft einer Kombination als  $\Theta = m + \frac{1}{2}n$  für  $\vartheta = 1$ , wobei  $n$  durch Gleichung (73) l. c. definiert ist. Auch  $n$  ist bei meiner Berechnung ver-

nachlässigt, da die Größe  $\frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T}$  sich nur für Wismut hätte angenähert berechnen lassen. Es ist daher wohl denkbar, daß unter Berücksichtigung dieser Glieder die Übereinstimmung mit der Beobachtung eine bessere würde.

1) Die für die Berechnung wichtige Größe  $\eta = \sigma_1/\sigma$  (l. c. S. p. 382) ergibt sich aus einer quadratischen Gleichung; liefert somit zwei Lösungssysteme. Nun muß aber die Beziehung  $0 < \eta < 1$  erfüllt sein, was bei mir im Gegensatz zu den Berechnungen von Hrn. Drude immer nur für eine Lösung eintrat.

Es zeigt sich nun, daß die eine Forderung der Theorie, nämlich, daß die Größe  $x_1 + x_2$  für alle Metalle bei der gleichen Temperatur dieselbe ist, leidlich erfüllt ist, wenn man die Unsicherheit einiger Größen, besonders von  $W$ , sowie den Umstand, daß den besonders bei Bi stark auftretenden Longitudinaleffekten keine Rechnung getragen ist, berücksichtigt. Es ergaben sich nämlich für

Platte	Bi I	$x_1 = +3,55 \cdot 10^{-2}$	$x_2 = +1,01 \cdot 10^{-2}$	$x_1 + x_2 = 4,56 \cdot 10^{-2}$
"	Bi II	$+1,14 \cdot 10^{-2}$	$+1,02 \cdot 10^{-2}$	$2,16 \cdot 10^{-2}$
"	Bi III	$+1,67 \cdot 10^{-2}$	$+0,71 \cdot 10^{-2}$	$2,38 \cdot 10^{-2}$
"	Sb	$-0,03 \cdot 10^{-2}$	$+1,52 \cdot 10^{-2}$	$1,49 \cdot 10^{-2}$
"	Ni II	$+0,97 \cdot 10^{-2}$	$-0,08 \cdot 10^{-2}$	$0,89 \cdot 10^{-2}$

Im übrigen aber führt die Berechnung bei den meisten Platten zu Unmöglichkeiten. Es müßten nämlich sowohl  $y_1$  wie  $y_2$  nach der Definition positiv ausfallen, da beide positive Funktionen der Elektronenbeweglichkeiten  $v_1$  und  $v_2$  darstellen.<sup>1)</sup> Dies ist jedoch nicht der Fall, nur für Platte Bi II und Bi III erhält man positive Beweglichkeiten, während für Bi I und Ni II  $y_1$ , für Sb  $y_2$  negativ werden.

Auch die Thomsonwärmen  $q$  berechnen sich nach der Theorie<sup>2)</sup> sämtlich viel — etwa hundertmal — zu groß und stets mit falschem Vorzeichen, nämlich für Platte Bi I, Bi II, Sb, die als chemisch rein anzusehen sind, positiv, für Platte Bi III, die sicher verunreinigt ist, negativ, während das Gegenteil zu erwarten wäre. Ferner ergeben sich die Thermokräfte der Metalle gegeneinander, die sich nach der Drudeschen Theorie wenigstens angenähert berechnen lassen sollten, etwa 5—6mal zu groß.<sup>3)</sup> Immerhin besitzt dabei wenigstens die

der in E. Riecke, Lehrb. d. Phys. 2. p. 625. 2. Aufl. enthaltenen Tabelle), so wird unter Zugrundelegung des von mir gemessenen elektrischen Leitvermögens  $W = 0,13$ . Den für Sb angegebenen Werten liegt der Mittelwert  $W = 0,3$  zugrunde.

1) P. Drude, l. c. 3. p. 379.

2) l. c. 7. p. 691. 1902.

3) Die Berechnung der Thermokraft geschah nach der Gleichung

$$m = \frac{1}{3} \frac{\alpha}{e} \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b},$$

(l. c. 1. p. 596), wobei die Größe  $+\frac{1}{3} \frac{\alpha}{e} \varphi(a, b)$  vernachlässigt ist wegen

Thermokraft Bi-Ni für alle drei Platten das entgegengesetzte Vorzeichen wie Sb-Ni, wie dies auch den Tatsachen entspricht.

Die Anzahl der freien Kerne  $\mathfrak{N}_1$  bez.  $\mathfrak{N}_2$  berechnet sich für die einzelnen Metalle stets mit demselben Vorzeichen wie das zugehörige  $y_1$  bez.  $y_2$ ; sie schwankt zwischen den Größenordnungen  $10^{18}$  und  $10^{20}$ ; auf eine detaillierte Angabe glaube ich in Anbetracht des stellenweise unmöglichen Vorzeichens verzichten zu dürfen.

Meine Resultate<sup>1)</sup> sind also nur der Größenordnung nach verträglich mit der Drudeschen Theorie; eine zahlenmäßige Verwendung der beobachteten Resultate führt jedoch zu Widersprüchen. Auf die Unsicherheiten der Größen  $W$  sind die Abweichungen jedenfalls nicht zurückzuführen, da sich in den Rechnungen die Größe  $W$  in viel weiteren Grenzen variieren läßt, als dies in der Tat stattfinden kann, ohne daß ein Vorzeichenwechsel von  $y_1$  bez.  $y_2$  bei den verschiedenen Metallen zu erreichen ist. Um diesen zu erreichen, müßte man  $W$  durch 0 wandern, d. h. negativ werden lassen, was sicher bei den Metallen Bi, Sb, Ni nicht zutrifft.

Hingegen möge erwähnt werden, daß bei einem Vorzeichenwechsel von  $S$ , dem Koeffizienten des thermomagnetischen Temperatureffektes, die besprochenen Widersprüche der Theorie mit der Beobachtung nicht auftreten, und auch eine bessere quantitative Übereinstimmung mit den Tatsachen erzielt würde.

Unkenntnis von  $\varphi(a, b)$ . Streng genommen ergibt sich die Thermokraft einer Kombination als  $\Theta = m + \frac{1}{2}n$  für  $\vartheta = 1$ , wobei  $n$  durch Gleichung (73) l. c. definiert ist. Auch  $n$  ist bei meiner Berechnung ver-

nachlässigt, da die Größe  $\frac{\partial \log \frac{\mathfrak{N}^a}{\mathfrak{N}^b}}{\partial T}$  sich nur für Wismut hätte ange-  
nähert berechnen lassen. Es ist daher wohl denkbar, daß unter Berücksichtigung dieser Glieder die Übereinstimmung mit der Beobachtung eine bessere würde.

1) Die für die Berechnung wichtige Größe  $\eta = \sigma_1/\sigma$  (l. c. 3. p. 382) ergibt sich aus einer quadratischen Gleichung; liefert somit zwei Lösungssysteme. Nun muß aber die Beziehung  $0 < \eta < 1$  erfüllt sein, was bei mir im Gegensatz zu den Berechnungen von Hrn. Drude immer nur für eine Lösung eintrat.

Ob eine solche Zeichenänderung in der Gleichung für  $S$  durch eine Änderung der Theorie möglich ist, eventuell durch Einführung anderer Grundannahmen<sup>1)</sup>, vermag ich vorläufig nicht zu entscheiden. Jedenfalls aber dürfte durch eine solche, wenn dabei die Form der Gleichungen überhaupt erhalten bleibt, nur das Vorzeichen von  $S$  und nicht auch das von  $Q$  geändert werden, da hierdurch, wie eine angestellte Rechnung zeigte, ebenfalls wieder negative Werte für einige Beweglichkeiten erhalten würden.

#### Zusammenfassung der Resultate.

Die experimentellen Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung lassen sich wie folgt zusammenfassen.

1. Die vier galvano- und thermomagnetischen Transversaleffekte konnten außer bei Wismut und Antimon, wo dieselben bereits sämtlich bekannt waren, noch bei Nickel, Eisen und Kobalt nachgewiesen und an demselben Stück gemessen werden.

2. Für die Mehrzahl der genannten Effekte konnten im Bereich von  $15-35^\circ$  die Temperaturkoeffizienten bestimmt werden.

3. Bei Kohle wurde nur der galvanomagnetische, bei Kupfer der thermomagnetische Temperatureffekt neu gefunden.

4. Die Transversaleffekte gehorchen bei den untersuchten Stoffen, ebenso wie auch bei Tellur, der auf p. 926 ausgesprochenen Vorzeichenregel. Eine Ausnahme zeigte sich bei zwei Wismutplatten.

5. Die einzelnen Effekte weichen bei Wismut auch bei Platten derselben Provenienz und derselben chemischen Beschaffenheit so stark voneinander ab, daß die Vermutung nahe liegt, daß minimale, durch chemische Analyse nicht nachweisbare Beimengungen für die Effekte von wesentlicher Bedeutung<sup>2)</sup> sind. Bei den anderen Materialien zeigt die meistens gute Übereinstimmung meiner Werte mit den vorliegenden Resultaten anderer Beobachter, daß bei diesen Stoffen eine solche

1) Vgl. z. B. M. Reinganum, Ann. d. Phys. 2. p. 400. 1900.

2) Für die Potentialeffekte ist dies schon länger bekannt.

Art von Störung der beobachteten Effekte wie bei Wismut nicht vorhanden zu sein scheint. Zur Prüfung von Theorien sind daher wohl andere Stoffe geeigneter als Wismut, besonders scheint Antimon dazu günstig zu sein, weil bei diesem die Effekte gut meßbar und von der Feldstärke unabhängig sind.

Mit der Drudeschen Theorie sind meine Resultate teilweise der Größenordnung nach verträglich, eine zahlenmäßige Verwendung derselben führt jedoch zu Widersprüchen.

Gießen, Juni 1904.

(Eingegangen 3. Juni 1904.)



### 3. *Optische Eigenschaften und Elektronentheorie;* *von P. Drude.*

#### II. Teil.

(Fortsetzung von p. 725.)

Inhalt: III. Dispersion der Metalle. a) Die Schustersche Berechnung der Elektronenzahl p. 936. b) Unterer Grenzwert der Elektronenzahl aus dem Reflexions- bez. Emissionsvermögen p. 940. c) Berechnung der Elektronenzahl aus optischen Eigenschaften p. 944. d) Der Temperaturkoeffizient der optischen Eigenschaften der Metalle p. 950. e) Andere Wege zur Berechnung der Elektronenzahl in Metallen p. 958.

IV. Dispersion der magnetischen Drehung der Polarisationssebene p. 956. Zusammenfassung der Resultate p. 958.

#### III. Dispersion der Metalle.

a) *Die Schustersche Berechnung der Elektronenzahl.* Kürzlich hat Schuster<sup>1)</sup> eine interessante Rechnung publiziert über die Anzahl der Leitungselektronen pro Metallatom. Er akzeptiert dabei die von mir gegebene Theorie der Dispersion der Metalle<sup>2)</sup>, nach der, falls nur eine Gattung Leitungselektronen vorhanden sind, während die isolierenden Elektronen, d. h. die an eine Gleichgewichtslage gebundenen, nicht berücksichtigt werden, die Relationen bestehen:

1) A. Schuster, Phil. Mag. (6). 7. p. 151. 1904.

2) P. Drude, Physikal. Zeitschr. 1. p. 161. 1900; Lehrb. d. Optik p. 365. 1900. Dort bezeichnet  $e$  die Ladung der Elektronen nach elektrostatischem Maß. — Daß gerade die Metalle Leiter sind, d. h. daß freie (ungebundene) negative Elektronen existieren, steht in Übereinstimmung mit der Tatsache, daß die Metalle nur als Kationen auftreten, d. h. daß bei ihnen die Bindung der negativen Elektronen gering ist und die Metallatome keine starke Affinität zu negativen Elektronen besitzen, vgl. oben p. 720.

$$(44) \quad n^2(1 - x^2) = 1 - 4\pi \frac{m \mathfrak{N} : e^2 r^2}{c^2 + \left(\frac{2\pi m}{\lambda e^2 r}\right)^2},$$

$$(45) \quad n^2 x = \lambda c \cdot \frac{\mathfrak{N}/r}{c^2 + \left(\frac{2\pi m}{\lambda e^2 r}\right)^2}.$$

Dabei bedeutet  $n$  den Brechungsindex,  $x$  den Absorptionsindex des Metalles,  $m$  ist die Masse eines Elektrons,  $e$  seine Ladung (nach elektromagnetischem Maß),  $\mathfrak{N}$  die Anzahl der Leitungselektronen in  $\text{cm}^3$ ,  $c$  die Zahl  $3 \cdot 10^{10}$  cm/sec,  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichtes im Vakuum, d. h.  $\lambda = Tc$ ,  $r$  den Reibungswiderstand der Leitungselektronen, der mit der nach absolutem elektromagnetischem Maße definierten Leitungsfähigkeit  $\sigma$  durch die Beziehung verbunden ist:

$$(46) \quad \frac{\mathfrak{N}}{r} = c^2 \sigma.$$

Schuster macht nun die Annahme, daß  $2\pi m : \lambda e^2 r$  groß sei gegen  $c$ , so daß (45) zu ersetzen ist durch

$$(47) \quad n^2 x = \lambda^3 c \frac{\mathfrak{N} r e^4}{(2\pi m)^2} = \frac{\lambda^3}{c \sigma} \left( \frac{\mathfrak{N}}{2\pi} \frac{e^2}{m} \right)^2.$$

Nennt man nun  $A$  das Atomgewicht des Metalles,  $d$  seine Dichte,  $H$  die absolute Masse eines Atoms Wasserstoff,  $p$  die Anzahl der Leitungselektronen pro Atom, so ist (vgl. oben p. 683)

$$(48) \quad d = \frac{\mathfrak{N}}{p} H A, \text{ d. h. } \mathfrak{N} e = p \cdot \frac{d}{A} \cdot \frac{e}{H} = p \cdot \frac{d}{A} \cdot 0,965 \cdot 10^4.$$

Daher ist nach (47) und (48)

$$(49) \quad p \cdot \frac{e}{m} = \frac{2\pi}{0,965 \cdot 10^4} \cdot \frac{A}{d} \sqrt{\frac{n^2 x c \sigma}{\lambda^3}}.$$

Diese Gleichung gilt also nur unter der Voraussetzung, daß  $2\pi m : \lambda e^2 r$  groß neben  $c$  ist; diese Voraussetzung kann man, da nach (45) und (46)

$$\frac{\lambda c \sigma}{n^2 x} = 1 + \left( \frac{2\pi m}{c \lambda e^2 r} \right)^2$$

ist, schreiben: *Es muß  $\lambda c \sigma$  groß gegen  $n^2 x$  sein.* Diese Bedingung ist nun in der Tat bei sehr vielen Metallen erfüllt, wie folgende Tabelle lehrt, für  $\lambda = 0,589 \mu$ :

	$\lambda c \sigma$	$n^2 x$
Silber . . .	1130	0,67
Kupfer . . .	1090	1,7
Gold . . .	865	1,08
Aluminium . .	601	7,5

etc.

Dagegen würde für Antimon, Quecksilber und Wismut die Voraussetzung, daß  $\lambda c \sigma$  groß gegen  $n^2 x$  sei, nicht genügend zutreffen, da  $\lambda c \sigma : n^2 x$  etwa gleich 2 oder 3 ist. Nach (49) ergibt sich für Natriumlicht, d. h.  $\lambda = 0,589 \mu = 0,589 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ :

$$(50) \quad p \cdot \frac{e}{m} = 25,2 \cdot \frac{A}{d} \sqrt{n^2 x \cdot \sigma} \cdot 10^7.$$

So würde sich z. B. für Silber ergeben:

$$p \cdot e/m = 25,2 \cdot 10,3 \sqrt{0,67 \cdot 66,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^7} \\ = 5,48 \cdot 10^7,$$

d. h.

$$p = 2,94 \text{ für } e/m = 1,86 \cdot 10^7, \quad p = 3,66 \text{ für } e/m = 1,5 \cdot 10^7.$$

In dieser Weise erhält man mit  $e/m = 1,86 \cdot 10^7$  bei allen Metallen Zahlen für  $p$ , die zwischen 2 und 7 liegen (nach Schusters Zahlenfaktor liegt  $p$  zwischen 1 und 3,5).

1) Für  $e/m = 1,86 \cdot 10^7$  würde also folgen

$$p = 13,5 \cdot \frac{A}{d} \sqrt{n^2 x \cdot \sigma},$$

während Schuster nur die Hälfte erhält:

$$p = 6,75 \cdot \frac{A}{d} \sqrt{n^2 x \cdot \sigma}.$$

Die Schustersche Gleichung:

$$p^2 = 31,4 \cdot 10^{-24} \left( \frac{A}{d} \right)^2 \frac{4 \pi^2 c \sigma}{\lambda^2} n^2 x$$

erhalte ich auch; wenn man aber den Zahlwert  $\lambda = 0,589 \cdot 10^{-4}$  einsetzt, so erhalte ich meinen Wert für  $p$ , so daß ich den Schusterschen Wert durch einen Rechenfehler für entstellt halte.

Diese Berechnung von  $p$  ist sehr einfach und das Resultat besitzt bestechende Wahrscheinlichkeit, einer näheren Prüfung hält es aber nicht Stand.

Zunächst ist die Frage, ob bei den Metallen tatsächlich  $n^2 \propto$  proportional zu  $\lambda^3$  variiert, wie es nach (47) sein müßte. Diese Frage kann durch die Messungen Minors<sup>1)</sup> im Ultraviolett beantwortet werden. Greifen wir z. B. nur einige seiner für Silber erhaltenen Werte heraus:

$\lambda$	$n^2 \propto$	$p \cdot e/m$
0,226 $\mu$	1,555	85,00 $\cdot 10^7$
0,336	0,210	7,10
0,589	0,643	5,35

$n^2 \propto$  ist also nicht annähernd proportional zu  $\lambda^3$ ; nach Minor wächst nämlich  $n^2 \propto$  bei Silber von  $\lambda=0,226 \mu$  bis  $\lambda=0,257 \mu$  von  $n^2 \propto = 1,555$  auf  $n^2 \propto = 1,970$ , dann nimmt  $n^2 \propto$  mit wachsendem  $\lambda$  ab bis zum Minimalwerte 0,210 bei  $\lambda = 0,336 \mu$ , von da an wächst es wieder mit wachsendem  $\lambda$ .

Für Kupfer erlangt  $n^2 \propto$  zwischen  $\lambda=0,22 \mu$  bis  $\lambda=0,63 \mu$  zwei Minima und ein Maximum; für Stahl wächst zwar  $n^2 \propto$  beständig mit wachsendem  $\lambda$ , aber viel langsamer als  $\lambda^3$ .

Man kann also die Dispersion der Metalle nicht durch die alleinige Annahme einer Gattung Leitungselektronen mit konstantem Reibungswiderstand  $r$  darstellen<sup>2)</sup>, d. h. durch die

1) R. Sm. Minor, Ann. d. Phys. 10. p. 581. 1903.

2) In der Physik. Zeitschr. (l. c.) habe ich erwähnt, daß man durch Annahme zweier Gattungen von Leitungselektronen bei Nickel, Silber, Platin und Stahl die optische Dispersion darstellen könne, daß dagegen Kupfer und Gold auch die Annahme von gebundenen Elektronen mit Eigenschwingungen erfordern. Die jetzt vorliegenden Messungen von Minor zeigen, daß im Gebiete des Ultraviolett auch beim Silber Eigenschwingungen heranzuziehen sind. — Die Annahme zweier Gattungen von Leitungselektronen ist nicht so einfach und nach den Grundsätzen der Elektronentheorie nicht so plausibel, als die Annahme nur einer Gattung Leitungselektronen, die in allen Metallen identisches  $e$  und  $m$ , aber verschiedenes  $\Re$  und  $r$  haben. Daher ziehe ich letztere Annahme in Übereinstimmung mit J. J. Thomson vor, will aber noch unentschieden lassen, ob man bei dieser Annahme auch den Thomsons Effekt, die galvano- und thermomagnetischen Effekte widerspruchsfrei erklären kann. Ich denke das später zu behandeln.

Formeln (44) und (45), und daher wird die Schustersche Rechnung unzulässig.

Der Umstand, daß in allen Metallen  $n^2 x$  im großen und ganzen langsamer als  $\lambda^3$  wächst, legt den Gedanken nahe, daß  $r$  nicht konstant ist, sondern mit wachsendem  $\lambda$  abnimmt. Daß  $r$  bei schnelleren Schwingungen wachsen kann, ist plausibel deshalb, weil die Strahlung der Elektronen und daher die Energiezerstörung zunimmt mit abnehmendem  $\lambda$ .<sup>1)</sup> — Es wäre auch möglich, daß  $R$  mit wachsendem  $\lambda$  abnimmt. Auch dies ist plausibel auf Grund der Überlegung, daß mit Annäherung des  $\lambda$  an die Eigenschwingungen der gebundenen Elektronen, d. h. mit Verkleinerung des  $\lambda$ , mehr gebundene Elektronen losgerissen werden können, d. h. zu Leitungselektronen werden, und daß daher  $R$  wächst.

Es kann also jedenfalls das Produkt  $Rr$  in Metallen mit abnehmenden  $\lambda$  wachsen, und daher kann man zur Berechnung von  $R$  aus optischen Eigenschaften nicht die Relation (46) mit Strenge heranziehen, d. h. die galvanische Leitfähigkeit des Metalles, da für konstante Ströme  $R$  und  $r$  kleiner sein kann, als für Lichtschwingungen.

b) Unterer Grenzwert der Elektronenzahl aus dem Reflexions- bez. Emissionsvermögen. Wenn  $\lambda$  sehr groß wird, z. B. 4 bis 25  $\mu$ , so ist nach der schönen Entdeckung von Hagen und Rubens<sup>2)</sup> für das Reflexions- bez. Emissionsvermögen des Metalles seine galvanische Leitfähigkeit von wesentlicher, bei  $\lambda = 25 \mu$  sogar von ausschließlicher Bedeutung. Man kann hieraus einen unteren Grenzwert für die Elektronenzahl  $p$  oder  $R$  ableiten. Um dies abzuleiten, sind folgende Formeln zu berücksichtigen: Nennt man  $R$  das Reflexionsvermögen des Metalles, d. h. das Verhältnis der reflektierten Lichtintensität zur einfallenden bei senkrechter Inzidenz, so ist<sup>3)</sup>:

$$(51) \quad R = \frac{1 + n^2(1 + x^2) - 2n}{1 + n^2(1 + x^2) + 2n}, \quad \text{d. h.} \quad \frac{1 - R}{1 + R} = \frac{2n}{1 + n^2(1 + x^2)}.$$

Ist ferner

$$n^2(1 - ix)^2 = -A - Bi, \quad \text{wobei} \quad i = \sqrt{-1},$$

1) Vgl. H. Hertz, Wied. Ann. 36. p. 12. 1889.

2) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 11. p. 873. 1903.

3) P. Drude, Wied. Ann. 39. p. 504. Formel (1). 1890.

so ist

$$(52) \quad \begin{cases} n^2 x^2 = \frac{1}{2}(A + \sqrt{A^2 + B^2}), & n^2 = \frac{1}{2}(-A + \sqrt{A^2 + B^2}), \\ n^2(1 + x^2) = \sqrt{A^2 + B^2}. \end{cases}$$

Nun ist<sup>1)</sup> unter Annahme von isolierenden Elektronen und einer Gattung Leitungselektronen, falls die Dämpfung der isolierenden Elektronen nicht berücksichtigt zu werden braucht (was nur bei *besonderen*  $\lambda$  nötig sein wird, die den Eigenschwingungen der isolierenden Elektronen nahe liegen):

$$(53) \quad n^2(1 - ix)^2 = 1 + \sum_h \frac{\mathfrak{N}_h \vartheta_h}{1 - \left(\frac{\lambda_h}{\lambda}\right)^2} + 2\lambda \frac{\mathfrak{N}:r}{ic - \frac{2\pi m}{\lambda e^3 r}}.$$

Setzt man hierin für  $\mathfrak{N}:r$  nach (46)  $c^2 \sigma$  ein, was für genügend *große*  $\lambda$  gestattet sein kann, und setzt man zur Abkürzung

$$(54) \quad 1 + \sum_h \frac{\mathfrak{N}_h \vartheta_h}{1 - \left(\frac{\lambda_h}{\lambda}\right)^2} = q, \quad \frac{2\pi m}{\lambda e^3 r c} = x,$$

so wird (53)

$$n^2(1 - ix)^2 = -A - Bi = q + \frac{2c\lambda\sigma}{i - x} = q - \frac{2c\lambda\sigma x}{1 + x^2} - \frac{2c\lambda\sigma i}{1 + x^2}.$$

Nun ist für  $\lambda = 4\mu = 4 \cdot 10^{-4}$  cm, und für Quecksilber, d. h. für  $\sigma = 1,06 \cdot 10^{-5}$ :  $2c\lambda\sigma = 240$ , d. h. jedenfalls sehr groß gegen  $q$ , welches nach Analogie bei den durchsichtigen Körpern höchstens etwa den Betrag 4 annimmt. Bei anderen Metallen, welche besser als Quecksilber leiten, und bei größeren  $\lambda$  ist also a fortiori  $q$  zu vernachlässigen gegen  $2c\lambda\sigma$ . Unter dieser Annahme wird dann nach der letzten Gleichung:

$$\sqrt{A^2 + B^2} = \frac{2c\lambda\sigma}{\sqrt{1 + x^2}} \left(1 - \frac{qx}{2c\lambda\sigma}\right).$$

Daher liefert (51) und (52):

$$(55) \quad \left(\frac{1-R}{1+R}\right)^2 = \frac{2(\sqrt{1+x^2} - x)(2c\lambda\sigma + q\sqrt{1+x^2})}{(2c\lambda\sigma - qx + \sqrt{1+x^2})^2}.$$

1) P. Drude, Lehrb. d. Optik, p. 366. Formel (39).

Wenn  $x$  nicht sehr groß ist, kann man, da  $q$  klein gegen  $2c\lambda\sigma$  ist, diese Gleichung schreiben:

$$(55') \quad \left( \frac{1-R}{1+R} \right)^2 = \frac{(\sqrt{1+x^2} - x)}{c\lambda\sigma},$$

oder, da  $R$  annähernd gleich 1 ist, weil  $c\lambda\sigma$  groß ist:

$$(56) \quad 1 - R = 2 \sqrt{\frac{\sqrt{1+x^2} - x}{c\lambda\sigma}}.$$

Aus dieser Gleichung kann man bei beobachtetem  $R$  und  $\sigma$  auch  $x$  finden, d. h. auch die Elektronenzahl  $p$ , da nach (54), (48) und (46) ist:

$$(57) \quad x = \frac{2\pi m c \sigma (A:d)}{\lambda e p \cdot 0,985 \cdot 10^4} = \frac{19,5 k \cdot (A/d) \cdot 10^5}{\lambda' p \cdot (e/m)} = 0,105 \frac{A}{d} \cdot \frac{k}{p \lambda'},$$

falls  $\lambda'$  die Wellenlänge ausgedrückt in  $\mu$  bedeutet, und  $k$  den reziproken Wert des Widerstandes eines Leiters von 1 m Länge und 1 mm<sup>2</sup> Querschnitt in Ohm, so daß  $\sigma = k \cdot 10^{-5}$  ist, und  $e/m = 1,86 \cdot 10^7$  angenommen wird. (Für  $e/m = 1,5 \cdot 10^7$  würde der Zahlenfaktor in (57) lauten 0,13 anstatt 0,105.)

Nach den Beobachtungen von Hagen und Rubens kann man das Reflexionsvermögen  $R$ , bez. das Emissionsvermögen  $1 - R$  für  $\lambda = 25 \mu$  bei allen Metallen aus ihrer Leitfähigkeit berechnen, während dies für kleinere  $\lambda$ , z. B.  $\lambda = 12 \mu, 8 \mu, 4 \mu$ , nur annähernd der Fall ist. Wenn  $1 - R$  ganz streng aus der Leitfähigkeit zu berechnen wäre, so würde dies nach (56)  $x = 0$ , d. h. nach (57)  $p \cdot \lambda' = \infty$  erfordern. Da man aber nur behaupten kann, daß bei  $\lambda = 25,5 \mu$ , d. h.  $\lambda' = 25,5$  die Abweichung des  $1 - R$  von dem für  $x = 0$  folgenden theo-

1) Diese Formel geht in die Formel

$$100 - R = \frac{36,5}{\sqrt{\lambda x}},$$

die sich bei E. Hagen und H. Rubens findet, über, wenn man  $x = 0$ ,  $\sigma = x \cdot 10^{-5}$  setzt,  $\lambda$  in  $\mu$  und  $R$  in Prozenten ausdrückt. Für den Buchstaben  $x$  der elektrischen Leitfähigkeit soll hier im Text  $k$  gesetzt werden, damit keine Verwechslung mit dem Absorptionsindex  $x$  entsteht.



retischen Werte unterhalb einer gewissen Grenze bleibt, so kann man aus diesen Hagen-Rubensschen Beobachtungen eine untere Grenze für die Zahl  $p$  der Leitungselektronen in einem Metall ableiten. Ich lasse für die von Hagen und Rubens untersuchten Metalle die Werte von  $x$  nach (57) bei  $\lambda' = 25,5$  und bei verschiedenen Annahmen von  $p$  folgen. Das Leitvermögen  $k$  ist bezogen auf die Temperatur  $170^\circ$ , bei der die Emissionsbeobachtungen gemacht sind.

Metall	$k$	$\frac{A}{d}$	$x$			$\sqrt{1+x^2} - x$		
			$p=1$	$p=5$	$p=10$	$p=1$	$p=5$	$p=10$
Silber	39,2	10,3	1,66	0,332	0,166	0,53	0,85	0,92
Kupfer	32,5	7,1	0,945	0,190	0,095	0,66	0,91	0,95
Gold	27,2	10,2	1,14	0,228	0,114	0,61	0,90	0,94
Aluminium	20,4	10,1	0,85	0,170	0,085	0,68	0,92	0,96
Zink	10,2	9,5	0,40	0,080	0,040	0,82	0,96	0,98
Kadmium	8,40	13,0	0,45	0,090	0,045	0,81	0,95	0,98
Platin	5,98	9,1	0,224	0,045	0,022	0,90	0,97	0,99
Nickel	5,26	6,7	0,145	0,029	0,015	0,93	0,98	0,99
Zinn	5,01	16,2	0,335	0,067	0,034	0,85	0,96	0,98
Stahl	3,30	7,2	0,098	0,020	0,010	0,95	0,99	0,995
Quecksilber	0,92	14,8	0,056	0,011	0,006	0,97	0,995	0,997

Für  $p = 10$  würde also bei sämtlichen Metallen das Emissionsvermögen  $1 - R$  um höchstens 8 Proz. (nämlich bei Silber) hinter dem rein aus der Leitfähigkeit des Metalles berechneten zurückbleiben. Hält man einen Fehler von 15 Proz. bei den Beobachtungen von Hagen und Rubens in der Bestimmung des Emissionsvermögens für möglich (bei Aluminium findet sich 20 Proz. Abweichung vom theoretischen Wert), so würde also  $p = 5$  eine untere Grenze für Silber sein, d. h.  $p$  müßte gleich oder größer als 5 sein. Bei den anderen Metallen würde schon die Annahme  $p = 3$  bez.  $p = 1$  mit dem Resultat der Hagen-Rubensschen Beobachtungen verträglich sein. Hiernach würde der nach Schuster aus den optischen Eigenschaften berechnete Wert  $p = 3$  (vgl. oben p. 938), oder (wie ihn Schuster selbst berechnet)  $p = 1,5$  wohl nicht mit den Hagen-Rubensschen Beobachtungen verträglich sein, da er

ein um etwa 25 Proz. zu kleines Emissionsvermögen des Silbers liefern würde.

Wie aus (56) hervorgeht, wird durch ein endliches  $x$ , d. h. durch eine endliche Elektronenzahl  $p$  für  $1 - R$  ein Wert entstehen, der *kleiner* als der aus der Leitfähigkeit des Metalles allein berechnete Wert ist, und zwar um so mehr, je kleiner die Wellenlänge  $\lambda$  wird. Nach der von Hagen und Rubens für  $\lambda = 12 \mu, 8 \mu, 4 \mu$  gegebenen Tabelle (l. c. p. 884) ist dies nun aber nur bei Silber der Fall, während für Kupfer, Gold, Platin, Nickel, Stahl umgekehrt  $1 - R$  mit kleinerem  $\lambda$  *größer* als der theoretische Wert wird, der sich aus (56) für  $x = 0$  berechnet. Dies ist meines Erachtens nur so zu erklären möglich, daß für alle Metalle bei kleineren  $\lambda$  das Verhältnis  $\mathfrak{R} : r$  nicht mehr nach (46) der normalen Leitfähigkeit entspricht, sondern daß es *kleiner* geworden ist, da  $r$  mit abnehmenden  $\lambda$  wachsen kann (vgl. oben p. 940); in der Tat würde ja dann nach (56)  $1 - R$  größer werden, da für  $\sigma$  ein Wert einzusetzen ist, der kleiner als die normale Leitfähigkeit ist. Daß trotzdem selbst bei  $\lambda = 4 \mu$  die Reihenfolge von  $1 - R$  bei den verschiedenen Metallen ihrer Leitfähigkeit entspricht, ist dadurch erklärlich, weil  $r$  bei allen Metallen durch Verkleinerung von  $\lambda$  in gleichem Verhältnis wachsen kann. Daß gerade bei Silber allein  $1 - R$  trotz dieser Abnahme von  $\mathfrak{R}/r$  noch kleiner als der theoretische Wert ist, hängt mit seiner großen Leitfähigkeitskonstante  $k$  zusammen, da ja nach der letzten Tabelle für Silber selbst bei  $p = 5$  und  $\lambda = 25,5 \mu \sqrt{1 + x^2} - x$  viel stärker als bei allen anderen Metallen unter dem Werte 1 bleibt.

c) *Berechnung der Elektronenzahl aus optischen Eigenschaften.* Sahen wir oben, daß der Schustersche Weg nicht als einwandfrei bezeichnet werden kann, da  $\mathfrak{R}$  und  $r$  als Funktionen von  $\lambda$  anzusehen sind, so kann man aus (53) eine Gleichung zur Berechnung der Elektronenzahl  $p$  bez.  $\mathfrak{R}$  bei einer bestimmten Wellenlänge  $\lambda$  durch Elimination der Unbekannten  $r$  leicht ableiten. Wenn man nämlich die Abkürzung  $q$  nach (54) benutzt, so folgt aus (53):

$$(58) \quad \frac{i \sigma r}{2 \mathfrak{R} \lambda} - \frac{\pi m}{\lambda^2 e^2 \mathfrak{R}} = \frac{1}{n^2 (1 - i x)^2 - q},$$

d. h.

$$\frac{\lambda^3 e^3 \mathfrak{N}}{\pi m} = \frac{n^4 (\kappa^2 + 1)^3 + 2 q n^3 (\kappa^2 - 1) + q^3}{n^3 (\kappa^2 - 1) + q}.$$

oder mit Benutzung von (48):

$$(59) \quad p \cdot \frac{e}{m} = \frac{A}{d} \cdot \frac{\pi}{\lambda^3} \cdot \frac{1}{0,985 \cdot 10^4} \cdot \frac{n^4 (\kappa^2 + 1)^3 + 2 q n^3 (\kappa^2 - 1) + q^3}{n^3 (\kappa^2 - 1) + q}.$$

Für  $e/m = 1,86 \cdot 10^7$  bez.  $e/m = 1,50 \cdot 10^7$  wird dies, wenn  $\lambda = \lambda' \cdot 10^{-4}$  gesetzt wird, d. h.  $\lambda'$  in  $\mu$  ausgedrückt wird:

$$(60) \quad \begin{cases} p = \frac{A}{d} \cdot \frac{3,25}{1,86} \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{\lambda'^3} \cdot \frac{n^4 (\kappa^2 + 1)^3 + 2 q n^3 (\kappa^2 - 1) + q^3}{n^3 (\kappa^2 - 1) + q}, \\ p = \frac{A}{d} \cdot \frac{3,25}{1,50} \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{\lambda'^3} \cdot \frac{n^4 (\kappa^2 + 1)^3 + 2 q n^3 (\kappa^2 - 1) + q^3}{n^3 (\kappa^2 - 1) + q}. \end{cases}$$

Zur numerischen Berechnung ist die Umformung bequem:

$$(61) \quad \frac{n^4 (\kappa^2 + 1)^3 + 2 q n^3 (\kappa^2 - 1) + q^3}{n^3 (\kappa^2 - 1) + q} = n^3 (\kappa^2 - 1) + q + \frac{4 n^4 \kappa^2}{n^3 (\kappa^2 - 1) + q}.$$

In diesen Gleichungen ist zwar  $q$  noch unbekannt, wenn aber  $n^2 (\kappa^2 - 1)$  groß gegen 1 ist, so kommen Unsicherheiten in  $q$  nicht wesentlich in Betracht. Man kann dann  $q$  annähernd nach Analogie der durchsichtigen Körper zu etwa 2 bis 3 annehmen.

Die folgende Tabelle enthält für die von Minor beobachteten Metalle die Resultate, wenn man den Term (61), der der Kürze halber mit  $F$  bezeichnet ist, dividiert durch  $\lambda^3$ . Nach unserer Überlegung soll dieser Quotient konstant sein, wenigstens wenn  $p$  nicht von  $\lambda$  abhängt. Es ist bei allen Metallen  $q = 3$  gesetzt.

Stahl.			Kobalt.		
$\lambda$	$F: \lambda^3$	$n^3 \kappa: \lambda^3$	$\lambda$	$F: \lambda^3$	$n^3 \kappa: \lambda^3$
0,226 $\mu$	167	185	0,231 $\mu$	120	137
0,231	163	180	0,298	160	132
0,298	128	105	0,395	122	77
0,400	117	72	0,450	121	67
0,550	118	46	0,500	115	57
0,630	126	37,5	0,550	107	48
			0,589	100	42

Kupfer.

Silber.

$\lambda$	$F: \lambda^2$	$n^2 x: \lambda^2$
0,281 $\mu$	156	176
0,298	75	62
0,393	53	34
0,450	50	27
0,500	44	21
0,550	31	12
0,680	32	6,8

$\lambda$	$F: \lambda^2$	$n^2 x: \lambda^2$
0,226 $\mu$	129	186
0,250	138	126
0,298	82	54
0,322	26	10
0,395	43	4,8
0,450	48	4,3
0,500	47	4,0
0,550	46	3,5
0,589	47	3,1

Man erkennt, daß besonders für nicht zu kleine  $\lambda$   $F: \lambda^2$  roh annähernd konstant ist, jedenfalls weit besser konstant als  $n^2 x: \lambda^2$ , was nach Schusters Ausführung (vgl. oben p. 937) konstant sein mußte. Bei Silber und Kupfer und für kleine  $\lambda$  auch bei Stahl variiert  $F: \lambda^2$  noch stark, es machte sich dort der Einfluß der Eigenschwingungen der gebundenen Metall-elektronen geltend, da  $n^2(x^2 - 1)$  dort klein ist, so daß die Annahme  $q = \text{konst.} = 3$  nicht zutrifft. (Außerdem wäre es denkbar, daß für gewisse  $\lambda$  auch  $\Re$  besonders groß wird, vgl. oben p. 940, was aber aus diesen Tabellen in Anbetracht der Unsicherheit von  $q$  noch nicht hervorgeht.)

Folgende Tabelle enthält das Resultat der Berechnung von (60) (und zwar für  $e/m = 1,5 \cdot 10^7$   $q = 3$ ) für die Metalle, deren  $n$  und  $n x$  ich<sup>1)</sup> gemessen habe für  $\lambda = 0,589 \mu$ . Zum Vergleich sind die Schusterschen Werte für  $p$  dabei gesetzt. (Die Angaben von Schuster sind mit 2 wegen des Rechenfehlers (vgl. oben p. 938, Anm. 1) und mit dem Faktor 1,86: 1,50, d. h. mit  $2 \cdot (1,86/1,50) = 2,48$  multipliziert, da ich  $e/m = 1,5 \cdot 10^7$  angenommen habe, während Schuster in seiner Arbeit  $e/m = 1,86 \cdot 10^7$  annahm.)

1) P. Drude, Wied. Ann. 39. p. 482. 1890; 42. p. 186. 1891.

Elektronenzahl  $p$ .

Metall	$\frac{A}{d}$	$p$ nach (60)	$p$ nach (50) Schuster	Valenz $p$
Kupfer . . . . .	7,1	0,47	3,82	1,2
Gold . . . . .	10,2	0,72	3,84	1,3
Silber . . . . .	10,3	1,06	3,62	1
Nickel . . . . .	6,7	1,00	2,46	2,3
Kobalt . . . . .	6,7	1,45	3,25	2,3
Eisen . . . . .	7,2	1,70	—	2,3
Magnesium . . . .	13,3	1,92	4,40	2
Platin . . . . .	9,1	2,00	4,74	2,4
Aluminium . . . .	10,1	2,29	8,61	3
Kadmium . . . . .	13,0	2,50	6,27	2
Zink . . . . .	9,5	2,88	7,25	2
Blei . . . . .	18,2	3,27	5,80	2,4
Quecksilber . . . .	14,8	3,39	2,50	1,2
Wismut . . . . .	21	3,66	2,75	3,5
Zinn . . . . .	16,2	3,73	6,57	2,4
Antimon . . . . .	17,9	7,54	6,40	3,5

Daß für  $p$  Brüche erhalten werden, die zum Teil sogar kleiner als 1 sind, ist an sich nicht unmöglich, da es sich um eine Art dynamisches Gleichgewicht, wie bei der Dissoziation, zwischen freien Elektronen und Metallatomen handelt. Zu erwarten wäre, daß  $p$  ungefähr mit der Valenz des Metalles übereinstimmt, da nach  $p$  die positive Valenz die Zahl der loser gebundenen Elektronen bezeichnet. Danach müßte für Kupfer, Gold und Nickel  $p$  größer sein, für Quecksilber und Antimon  $p$  kleiner sein.

Daß für Kupfer, Gold und Silber  $p$  größer anzunehmen ist, ergibt auch das von Hagen und Rubens beobachtete Emissionsvermögen  $1 - R$  dieser Metalle, d. h. ein Vergleich dieser nach (60) berechneten Zahlen  $p$  mit der Tabelle oben p. 943. Denn für diese Metalle würde für  $p < 1$  das Emissionsvermögen  $1 - R$  bei  $\lambda = 25 \mu$  wesentlich kleiner sein, als es sich aus der Leitfähigkeit für  $x=0$  berechnet und wie es beobachtet ist, falls wenigstens der Reibungswiderstand  $r$  der Elektronen bei  $\lambda = 25 \mu$  derselbe wäre, wie im konstanten elektrischen Strome. Bei den übrigen Metallen, abgesehen vielleicht noch vom Aluminium, würden die nach (60) berech-

neten  $p$  keine erheblichen Differenzen des Emissionsvermögens bei  $\lambda = 25,5 \mu$  gegenüber dem Werte ergeben, den man für  $1 - R$  aus dem Leitvermögen für  $x = 0$  berechnet.

Wenn nun auch teilweise die scheinbare Unverträglichkeit dieser kleinen nach (60) berechneten Werte  $p$  von Kupfer, Gold, Silber mit dem bei  $\lambda = 25 \mu$  beobachteten Emissionsvermögen dadurch aufgehoben werden sollte, daß der Reibungswiderstand  $r$  der Metallelektronen bei  $\lambda = 25 \mu$  doch schon größer ist als für einen konstanten elektrischen Strom (vgl. oben p. 944), so ist dies doch vielleicht nicht ganz der Fall, so daß für diese drei Metalle wegen vorhandener Eigenschwingungen gebundener Elektronen  $p$  größer anzunehmen ist, als es aus der Formel (60) berechnet ist mit der willkürlichen Annahme  $q = 3$ . Hierfür spricht nun auch noch ein anderer Umstand.

Nach der von mir gegebenen Theorie<sup>1)</sup> der Thermoelektrizität nämlich ist die thermoelektrische Kraft in Volt zwischen zwei Metallen, deren Elektronenzahl  $\mathfrak{N}_1$  bez.  $\mathfrak{N}_2$  ist, bei einer Temperaturdifferenz  $\vartheta$ , wenn  $\Theta$  die Temperatur bedeutet:

$$(62) \quad E(\text{Volt}) = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} \cdot 10^{-8} \cdot \left( \vartheta \cdot \ln \frac{\mathfrak{N}_1}{\mathfrak{N}_2} + \frac{1}{2} \vartheta^2 \cdot \frac{\partial \ln \frac{\mathfrak{N}_1}{\mathfrak{N}_2}}{\partial \Theta} \right).$$

Dabei ist  $\frac{4}{3} \frac{\alpha}{e}$  die universelle Konstante<sup>2)</sup>  $5,7 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^{10}$ .  $E$  ist positiv, wenn an der wärmeren Lötstelle der Thermostrom vom Metall 2 zum Metall 1 fließt.<sup>3)</sup> Nach (48) ist:

$$(63) \quad \frac{\mathfrak{N}_1}{\mathfrak{N}_2} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{d_1}{d_2}.$$

Stellen wir nun die Metalle nach der Reihenfolge der Werte  $p_1 d_1 : A_1$  zusammen, so ergibt sich folgendes Bild, wenn man die  $p$  aus der letzten Tabelle nach (60) entnimmt.

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 1. p. 593. 1900.

2) Vgl. M. Reinganum, Ann. d. Phys. 2. p. 398. 1900. — P. Drude, Ann. d. Phys. 3. p. 379. 1900. Dort ist  $e$  elektrostatisch gemessen, hier elektromagnetisch.

3) In der zitierten Arbeit habe ich den umgekehrten Sinn angegeben, da dort  $\mathfrak{N}$  die Zahl der positiven Elektronen bedeutet, während es hier die Zahl der negativen Elektronen ist, sodaß  $\alpha/e$  negativ ist.

Reihenfolge der  $\Re \sim p : \frac{A}{d}$ .

	$p : A/d$		$p : A/d$
Kupfer . . . . .	0,066	Kobalt . . . . .	0,216
Gold . . . . .	0,070	Platin . . . . .	0,220
Silber . . . . .	0,103	Aluminium . . . .	0,227
Magnesium . . . .	0,144	Quecksilber . . . .	0,228
Nickel . . . . .	0,149	Zinn . . . . .	0,230
Wismut . . . . .	0,174	Eisen . . . . .	0,236
Blei . . . . .	0,179	Zink . . . . .	0,298
Kadmium . . . . .	0,192	Antimon . . . . .	0,420

Wenn die Elektronenzahl  $\Re$  oder  $p$  von der Temperatur unabhängig ist, so ist nach (62) die thermoelektrische Kraft  $E$  proportional zur Temperaturdifferenz  $\vartheta$  und es sollte die thermoelektrische Reihe mit der Reihenfolge der Metalle der letzten Tabelle übereinstimmen. In gewisser Weise bestätigt wird dies Resultat (auch das *Vorzeichen* der thermoelektrischen Kraft) durch die letzte Tabelle insofern, als in ihr Wismut und Antimon weit getrennt sind. Dagegen ist im einzelnen die Tabelle nicht als Bestätigung der thermoelektrischen Reihe<sup>1)</sup> anzusehen. Dazu sind die Werte von  $p : A/d$  bei den verschiedenen Metallen zu ähnlich und die Reihenfolge des  $p : A/d$  wird daher durch Veränderung der Größe  $q$ , die willkürlich bei allen Metallen gleich 3 gesetzt ist, zu stark beeinflusst. Besonders würde nicht die Stellung von Kupfer, Gold, Silber in der Tabelle stimmen, sondern es müßte für sie  $p$  größer sein<sup>2)</sup>, z. B.  $p = 2$  oder  $p = 3$ . Dadurch würden dann Kupfer, Gold, Silber ihre Anfangsstellung in der Reihe der  $\Re$  einbüßen und sich

1) Man vgl. z. B. die thermoelektrische Reihe, wie sie in Rieckes Experimentalphysik angeführt ist. Die thermoelektrische Reihe ist allerdings auch starken Schwankungen unterworfen, da sie selbst bei chemisch reinen Metallen von der mechanischen Bearbeitung abhängt.

2) Auch nach der Valenz dieser Metalle müßte  $p$  größer sein, wenigstens bei Kupfer und Gold, vgl. oben p. 947. Dieses Argument allein ist allerdings nicht genügend stichhaltig, denn wenn bei allen Metallen  $p$  ihrer Valenz entspräche, so würden auch Widersprüche mit der thermoelektrischen Reihe entstehen, wenn man die Metalle nach  $p : A/d$  ordnet.



mit dem Werte  $p: A/d = 0,2$  in die übrigen Metalle einordnen und kleine thermoelektrische Kräfte gegen dieselben ergeben.

Was den Zahlwert der thermoelektrischen Kraft anbelangt, so ist nach (62), falls  $\frac{\partial \mathfrak{N}_1/\mathfrak{N}_2}{\partial \vartheta} = 0$  ist:

$$E(\text{Mikrovolt}) = 171 \cdot \vartheta \cdot \ln \frac{\mathfrak{N}_1}{\mathfrak{N}_2}.$$

Nach der letzten Tabelle würde daher für Wismut und Antimon  $E = 150$  Mikrovolt für  $\vartheta = 1^\circ$  Temperaturdifferenz sein. Beobachtet<sup>1)</sup> ist  $E = 68$  bis  $91$  Mikrovolt ( $10^{-6}$  Volt). In Anbetracht der durch die unbekannte Größe  $q$  herbeigeführten Unsicherheit in der Berechnung der Elektronenzahl  $p$  oder  $\mathfrak{N}$  stimmt diese beobachtete Zahl leidlich gut mit der aus der Tabelle hier berechneten Zahl, zumal da bei Antimon  $p$  wahrscheinlich (weil seine Valenz höchstens gleich 5 ist, vgl. oben p. 947) zu groß berechnet ist. Auch bei den übrigen Metallen stimmt die aus der Tabelle zu erwartende thermoelektrische Kraft der Größenordnung nach oft mit der beobachteten, z. B. zwischen Eisen und Kobalt berechnet sich

$$E = 171 \cdot \vartheta \cdot \ln \cdot \frac{0,236}{0,216} \text{ Mikrovolt} = 15 \text{ Mikrovolt},$$

während (vgl. Riecke, l. c.)  $39$  Mikrovolt beobachtet ist.

Man kann also wohl behaupten, daß die Richtung und die Größenordnung der thermoelektrischen Kräfte im allgemeinen in Einklang steht mit dem hier eingeschlagenen Wege zur Berechnung der Elektronenzahl, daß dieser Weg aber zur genauen Berechnung der thermoelektrischen Kräfte noch versagt wegen des unbekannten Einflusses der Eigenschwingungen der gebundenen Metallelektronen. Die starke thermoelektrische Kraft zwischen Wismut und Antimon wäre danach dadurch herbeigeführt, daß in ersterem die Elektronenzahl  $\mathfrak{N}$  pro  $\text{cm}^3$  der freien negativen (Leitungs-)Elektronen besonders gering, im Antimon besonders hoch ist.

d) Der Temperaturkoeffizient der optischen Eigenschaften der Metalle. Es ist schon vielfach konstatiert worden, daß (entgegen der ursprünglichen Kundtschen Behauptung<sup>2)</sup>) die optischen Eigenschaften der Metalle bei der Erhitzung (selbst

1) Vgl. z. B. E. Riecke, Experimentalphysik 2. p. 320. 1. Aufl.

2) A. Kundt, Wied. Ann. 36. p. 824. 1889.

bis  $800^{\circ}$  nach Zeeman) sich wenig ändern<sup>1)</sup>, jedenfalls viel weniger, als der theoretische Zusammenhang der Metalloptik mit der galvanischen Leitfähigkeit der Metalle erwarten ließ. Durch starke Abkühlung kann man die Leitfähigkeit prozentisch auch sehr stark ändern. Daher habe ich Hrn. D. Roschdestwensky veranlaßt, in meinem Institut die Änderung der Reflexionskonstanten der Metalle durch Abkühlung auf die Temperatur der festen Kohlensäure oder der flüssigen Luft zu untersuchen. Bei den Versuchen, die später noch ausführlicher publiziert werden sollen, machte die Hauptschwierigkeit die Vermeidung der Kondensation von Wasserdampf oder Kohlensäure oder Fettdämpfen an dem stark abgekühlten Metallspiegel; daher wurde derselbe an einen möglichst vollkommen evakuierten Metallkasten angeschraubt, so daß der Metallspiegel an das Vakuum angrenzte. Es ergab sich das überraschende Resultat, daß selbst bei dieser starken Abkühlung sich der Haupteinfallswinkel überhaupt nicht merkbar änderte, während das Hauptazimut  $\psi$  bei allen Metallen nur ganz wenig gewachsen war, wie folgende Übersicht zeigt:

Metall	Temperatur	$\delta (2 \psi)$
Silber . . . . .	- 79°	+ 12'
	- 180	+ 45
Nickel . . . . .	- 79	+ 13
	- 180	+ 20
Kupfer . . . . .	- 79	+ 55
	- 180	+ 1° 12
Platin . . . . .	- 79	+ 1

Da nun der Haupteinfallswinkel wesentlich von  $n^2 + n^2 x$  abhängt, während  $x = \tan 2 \psi$  ist<sup>2)</sup>, so würde folgen, daß mit abnehmender Temperatur  $x$  nur wenig kleiner wird (bei Kupfer um etwa 10 Proz.), während  $n^2 + n^2 x^2$  konstant bleiben muß, d. h.  $n$  etwas wachsen muß. Nach (60) würde z. B. für Kupfer

1) R. Sissingh, Dissertation. Leiden 1885; P. Drude, Wied. Ann. 39. p. 538. 1890; P. Zeeman, Comm. from Labor. of Phys. of Leiden, Nr. 20. 1895.

2) Vgl. z. B. mein Lehrb. d. Optik p. 335. 336.

folgen, daß die Elektronenzahl  $p$  durch starke Abkühlung ein wenig, aber nur unbedeutend, kleiner wird.

Die geringe Abhängigkeit der optischen Eigenschaften der Metalle von der Temperatur, obwohl ihre Leitfähigkeit stark von der Temperatur abhängt, erklärt sich von unserem schon oben p. 940 angedeuteten Standpunkt dadurch, daß bei der Leitfähigkeit des Metalles der Reibungskoeffizient  $r$  (vgl. Formel (46)) bezeichnet die Umsetzung der Energie der durch die elektrische Potentialdifferenz gerichteten Elektronenbewegung durch Stöße an den Metallatomen in unregelmäßige, nicht gerichtete Bewegung (Wärme). Da durch Temperaturerhöhung die Wärmebewegung der Metallatome und der Elektronen intensiver wird, so muß die Stoßzahl letzterer an ersteren bei der elektrischen Strömung zunehmen, wenn die Temperatur wächst, d. h.  $r$  muß wachsen und damit (vgl. (46)) die Leitfähigkeit  $\sigma$  abnehmen, wenn  $\mathcal{R}$  bei der Temperaturerhöhung konstant bleibt oder wenigstens langsamer zunimmt als  $r$ . — Bei den schnellen Lichtschwingungen werden dagegen die Elektronen nicht aus dem Bereiche eines Metallatoms herauskommen<sup>1)</sup>, eine Energieverminderung, d. h. ein Koeffizient  $r$ , entsteht wesentlich durch Strahlung der Elektronenschwingungen, und diese ist von der Temperatur unabhängig. Daher folgt keine starke Änderung der optischen Eigenschaften der Metalle mit der Temperatur, und es besteht kein Zusammenhang des optischen Temperaturkoeffizienten mit dem der Leitfähigkeit. Von diesem Standpunkt aus ist es auch erklärlich, weshalb verschiedene mechanische Bearbeitung die Leitfähigkeit stark verändern kann, dagegen auf die optischen Eigenschaften viel weniger Einfluß ausübt. Der Zusammenhang der optischen Eigenschaften mit der elektrischen Leitfähigkeit liegt überhaupt wesentlich in der Elektronenzahl  $\mathcal{R}$ , nicht in dem Reibungskoeffizienten  $r$ . Daher kann trotzdem, wie oben p. 944 angedeutet wurde, für lange Wellen eine gewisse Parallelität, für sehr lange Wellen sogar eine zahlenmäßige Beziehung (vgl. oben p. 940) zwischen Emissionsvermögen (oder Reflexionsvermögen) und galvanischer Leitfähigkeit bestehen.

1) Vgl. meine wenigstens der Größenordnung nach gültige Berechnung der Elektronenamplitude in der Phys. Ztschr. 1. p. 165. 1900.

e) *Andere Wege zur Berechnung der Elektronenzahl in Metallen.* Wenn die freie Weglänge eines im elektrischen Strome fließenden Elektrons  $l$  genannt wird,  $\Theta$  die absolute Temperatur,  $u$  die mittlere Geschwindigkeit der unregelmäßigen (Wärme-)Bewegung eines Elektrons, so ist nach den von mir gegebenen Formeln<sup>1)</sup> die Leitfähigkeit  $\sigma$  nach elektromagnetischem Maße, falls dieselbe nur durch Elektronen einer Gattung vermittelt wird:

$$(64) \quad \sigma = \frac{e^2 N l u}{4 \alpha \Theta}.$$

Dabei ist  $\alpha$  eine universelle Konstante, für welche die Beziehung gilt

$$(65) \quad \frac{1}{2} m u^2 = \alpha \Theta.$$

Eliminiert man aus diesen beiden Gleichungen  $u$ , so entsteht

$$(66) \quad \sigma = \frac{e^2 N l}{2 \sqrt{2} \sqrt{\alpha m \Theta}} = \frac{e N \cdot l \sqrt{\frac{e}{m}}}{2 \sqrt{2} \sqrt{\frac{\alpha}{e}} \cdot \Theta}.$$

Setzt man hierin für  $e N$  den aus (48) bestimmten Wert, so folgt

$$(67) \quad p l = \frac{2 \sqrt{2} \sigma}{0,965 \cdot 10^4} \cdot \frac{A}{d} \cdot \sqrt{\frac{\alpha/e}{e/m}} \Theta,$$

d. h. für  $\alpha/e = 12,8 \cdot 10^3$ ,  $e/m = 1,86 \cdot 10^7$  bez.  $e/m = 1,50 \cdot 10^7$ ,  $\Theta = 291$  ( $18^\circ \text{C}$ ) ergibt (67):

$$(67') \quad p l = 1,31 \frac{A}{d} \sigma \cdot 10^{-4} \text{ cm bez. } 1,47 \frac{A}{d} \sigma \cdot 10^{-4} \text{ cm.}$$

Man kann also aus der Leitfähigkeit auch die Elektronenzahl  $p$  berechnen, falls die freie Weglänge  $l$  meßbar sein sollte. Nun findet J. J. Thomson<sup>2)</sup> aus der Widerstandsänderung des Wismuts im Magnetfelde  $l = 10^{-4}$  etwa. Nach (67') würde daher folgen, da  $\sigma$  etwa  $0,8 \cdot 10^{-5}$  beträgt,  $A/d = 21$ ,

$$p = 2,5 \cdot 10^{-4},$$

d. h. eine sogar der Größenordnung nach viel kleinere Zahl

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 1. p. 576. 1900. — Ob bei  $\sigma$  anstatt des Zahlenfaktors  $\frac{1}{4}$  ein etwas anderer Zahlenfaktor zu treten hat (vgl. H. Maché, Boltzmann-Festschrift p. 137. 1904), ist für unsere Zwecke hier unwesentlich.

2) J. J. Thomson, Rapp. Congr. internat. à Paris 3. p. 145. 1900.

als sie im Abschnitt d) hier berechnet ist ( $p = 3,66$ ). Auf diesem von Thomson eingeschlagenen Wege hat später Patterson<sup>1)</sup> aus der Widerstandsänderung auch anderer Metalle im Magnetfelde die mit  $l$  überschriebenen folgenden Zahlen erhalten:

Metall	$l$	$\sigma$	$\sigma/l$	$p$
Platin . .	$0,59 \cdot 10^{-6}$	$9,2 \cdot 10^{-5}$	156	0,21
Gold . .	1,6	41	256	0,88
Zinn . .	1,3	8,3	64	0,15
Silber . .	1,3	61	470	0,71
Kupfer . .	1,34	52	389	0,40
Zink . .	2,3	16	70	0,10
Kadmium .	4,1	13	32	0,06
Quecksilber	1,82	1	5,5	0,012
Wismut <sup>2)</sup>	$1 \cdot 10^{-4}$	0,8	0,08	0,00025

Die Werte  $\sigma$  entnehme ich (als angenäherte Werte) der oben p. 940 zitierten Arbeit von Hagen und Rubens.  $p$  ist nach (67') berechnet mit  $e/m = 1,5 \cdot 10^7$ . Es sind also diese so berechneten  $p$ , abgesehen vom Silber, Gold und Kupfer, nicht nur sehr viel kleiner als die oben p. 947 aus den optischen Eigenschaften nach (60) berechneten Elektronenzahlen  $p$ , sondern es sind auch die Unterschiede der  $p$  bei den einzelnen Metallen sehr viel erheblicher. Daher würde Formel (62) thermoelektrische Kräfte geben, welche viel größer (zum Teil von anderer Größenordnung sogar) als die beobachteten sind.  $\sigma/l$  ist nach (67') proportional zu  $p: A/d$ , und nach (63) ist daher aus den Verhältnissen  $\sigma/l$  die thermoelektrische Kraft zu berechnen. Ein Blick auf die letzte Tabelle und die Tabelle p. 949 zeigt, daß nach Thomson-Patterson  $\sigma/l$  viel stärker bei den verschiedenen Metallen variiert als  $p: A/d$  nach mir. Außerdem würde nach der oben p. 943 mitgeteilten Tabelle das mit diesen kleinen Werten von  $p$  berechnete Emissionsvermögen der Metalle ganz erheblich kleiner ausfallen, als es von Hagen und Rubens bei  $\lambda = 25 \mu$  beobachtet ist.

1) J. Patterson, Phil. Mag. (6) 3. p. 655. 1902.

2) Nach J. J. Thomson, l. c.

Zwar hat Richardson<sup>1)</sup> nach Überlegungen, welche die Leitfähigkeit benutzen, die glühendes Metall dem Vakuum erteilt,  $p$  bei Platin noch 10mal kleiner als Patterson gefunden, bei anderen Metallen aber enorm viel größer ( $p = 10^4$  bei Na,  $p = 10^7$  bei C). Die Grundlagen dieser Betrachtung sind daher noch nicht als genügend sicher zu betrachten, um als ausreichender Beweis für die Richtigkeit des Wertes von  $p$  gelten zu können. Ebensovienig kann ich den von J. J. Thomson<sup>2)</sup> angegebenen Weg, den ebenfalls Patterson<sup>3)</sup> verfolgte, als sicheren Beweis für die Richtigkeit der angegebenen freien Weglängen ansehen, nämlich die Dicke dünner Metallschichten zu bestimmen, unterhalb deren ihre spezifische Leitfähigkeit geringer ist als die normale. Patterson erhielt für diese Dicke bei Platin den Wert  $7 \cdot 10^{-7}$  cm. Nach J. J. Thomson soll dieser Grenzwert von der Größenordnung der freien Weglänge  $l$  der Elektronen im Metall sein. Bei der Herstellungsart der dünnen Metallschichten auf nassem (chemischen) Wege oder durch Kathodenzerstäubung ist es aber sehr wohl möglich, daß die Metallschicht nicht genügend kohärent ist, so daß sie in geringer Dicke eine zu kleine spezifische Leitfähigkeit zeigt. Die Grenzdicke, von der an die Leitfähigkeit sich der normalen nähert, braucht daher vielleicht mit der freien Weglänge in gar keiner Beziehung zu stehen und kann eventuell viel größer als  $l$  sein.

Die Ableitung der Formel bei J. J. Thomson, die zur Berechnung der freien Weglänge aus der Widerstandsänderung im Magnetfeld führt, scheint mir nun auch nicht richtig angesetzt zu sein. Nach Thomson soll nämlich ein mit dem Strome nach der  $x$ -Achse fließendes Elektron in einem dazu senkrechten Magnetfelde eine seitliche Bewegung nach der  $y$ -Achse zwischen zwei Stößen, d. h. innerhalb der freien Weglänge, machen. Dieses ist aber nur im Beginn des elektrischen Stromes der Fall, die Elektronen häufen sich dadurch an der einen Seite (z. B. nach  $+y$  zu) an, erzeugen eine transversale

1) O. W. Richardson, Transact. Roy. Soc. of London, Ser. A. 201. p. 497; Proc. Cambr. Phil. Soc. (4) 11. p. 286. 1902; Phys. Zeitschr. 5. p. 6. 1904.

2) J. J. Thomson, Proc. Cambr. Phil. Soc. (2) 11. p. 119. 1901.

3) J. Patterson, Phil. Mag. (6) 4. p. 652. 1902.

elektrische Kraft (den Halleffekt) und unter der Wirkung dieser transversalen elektrischen Kraft und des Magnetfeldes erleiden die nach  $x$  strömenden Elektronen im stationären Fall keine seitliche Ablenkung mehr nach der  $y$ -Achse. Da kein Querstrom vom Metall abgenommen werden soll, müßten sich ja durch seitliche  $y$ -Bewegung der Elektronen dieselben an der einen Seite des Metalles beständig wachsend anhäufen. Also im stationären Fall gibt es *keine* seitliche Ablenkung strömender Elektronen im Magnetfeld. In dieser Weise habe ich früher das Problem behandelt<sup>1)</sup> und gelange dadurch zu ganz anderen Formeln als Thomson.

Legt man die nach (60) berechneten Elektronenzahlen  $p$  zugrunde (vgl. oben p. 947 die Tabelle), so würde man folgende freie Weglängen  $l$  aus (67) für  $e/m = 1,5 \cdot 10^7$  gewinnen:

Freie Weglängen  $l$ .

	Kupfer	Gold	Silber	Nickel	Platin	Aluminium
$l \cdot 10^8 \text{ cm}$	1,15	0,86	0,87	0,084	0,062	0,205

	Kadmium	Zink	Quecksilber	Wismut	Zinn
$l \cdot 10^8 \text{ cm}$	0,100	0,078	0,0066	0,0071	0,058

Ob man aus den galvano- und thermomagnetischen Effekten die Elektronenzahlen  $p$  in ähnlicher Größe wie nach (60) erhält, wenn man nur *eine* Gattung Leitungselektronen annimmt, will ich später untersuchen. Die bisher<sup>2)</sup> von mir mit der Hypothese *zweier* Gattungen von Leitungselektronen am Wismut berechneten Zahlen  $p$  sind viel kleiner als nach (60), nämlich etwa  $p = 2 \cdot 10^{-4}$ , d. h. von der Größe, wie sie Thomson am Wismut berechnet.

#### IV. Dispersion der magnetischen Drehung der Polarisationssebene.

Wie schon eingangs bemerkt ist, hat Siertsema (l. c.) aus diesem Phänomen  $e/m$  berechnet; die erhaltenen Zahlen schwanken zwischen  $e/m = 0,75 \cdot 10^7$  (bei  $\text{CS}_2$ ) und  $e/m = 1,77 \cdot 10^7$

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 3. p. 369. 1900.

2) l. c. p. 388.



(bei  $H_2$ ). Er gelangt zu der, der mathematischen Form nach schon von Becquerel<sup>1)</sup> aufgestellten Dispersionsformel (das Vorzeichen wähle ich anders):

$$(68) \quad \frac{\delta}{\pi \mathfrak{H}} = - \frac{e}{m} \cdot \frac{\lambda}{2c} \frac{dn}{d\lambda},$$

wobei  $\delta/z$  die pro 1 cm Dicke erhaltene Drehung der Polarisationssebene im Magnetfelde der Intensität  $\mathfrak{H}$  bezeichnet. Ich habe in meinem Buche<sup>2)</sup> die Formel aufgestellt:

$$(69) \quad \frac{\delta}{\pi \mathfrak{H}} = - \frac{\pi}{2n\lambda^2 c} \sum \frac{\partial \Re}{\left(1 - \frac{\lambda_h^2}{\lambda^2}\right)^2} \cdot \frac{\partial}{\partial e},$$

wobei ist:

$$n^2 = 1 + \sum \frac{\partial \Re}{1 - \frac{\lambda_h^2}{\lambda^2}}, \quad \lambda_h^2 = \frac{\pi m \partial}{e^2}.$$

Hieraus folgt:

$$2\pi \frac{dn}{d\lambda} = 2 \sum \frac{\partial \Re}{\left(1 - \frac{\lambda_h^2}{\lambda^2}\right)^2} \cdot \frac{\lambda_h^2}{\lambda^3} = \frac{2}{\lambda^3} \sum \frac{\partial \Re}{\left(1 - \frac{\lambda_h^2}{\lambda^2}\right)^2} \cdot \frac{\pi m \partial}{e^2},$$

d. h. es ergibt sich auch hiernach die von Siertsema zur Berechnung von  $e/m$  benutzte Formel (68). Das Vorzeichen von  $\delta$  in (69) ist dabei so gerechnet, daß ein positives  $\delta$  bedeutet eine Drehung der Polarisationssebene im Sinne der Ströme in einer Drahtspule, durch welche das Magnetfeld erzeugt wird oder erzeugt gedacht werden kann. Bei den überwiegend meisten Substanzen hat in der Tat  $\delta$  diesen Drehungssinn, d. h. es würde nach (68)  $e$  negativ sein, also die magnetische Aktivität dieser Körper durch negative Elektronen entstehen.

Für eine kleine Zahl paramagnetischer Eisensalzlösungen indessen hat  $\delta$  das andere Vorzeichen. Nun ist nach der in meinem Buche gegebenen Theorie für paramagnetische Körper in der Tat  $\delta$  negativ<sup>3)</sup>, wenn man den Paramagnetismus als

1) H. Becquerel, Compt. rend. 125. p. 679.

2) P. Drude, Lehrb. d. Optik p. 402. Formel (62). Dort tritt  $e$  im Nenner der Formel nicht auf, weil dort  $e$  nach elektrostatischem Maße definiert ist.

3) P. Drude, Lehrb. d. Optik p. 393. Formel (30'). Das dortige  $\nu$  ist proportional zu  $1:T$ , und  $T$  ist nach p. 391 für paramagnetische Körper negativ, falls die paramagnetischen Eigenschaften durch Rotation negativ geladener Elektronen entstehen.

entstanden ansieht durch Rotation negativer Elektronen. Da aber sämtliche Körper auch nicht rotierende negative Elektronen enthalten, die nach (69) eine positive Drehung  $\delta$  ergeben, so kann eventuell trotz des paramagnetischen Charakters der Substanz  $\delta$  positiv sein, wie in der Tat an Nickel- und Kobaltsalzen beobachtet wird. Theoretisch würde sich auch ein positives  $\delta$  ergeben, wenn die magnetischen Eigenschaften durch Rotation positiv geladener Teile, d. h. der Metallatome selbst, entstanden wären. Indessen halte ich diese Annahme nicht direkt für wahrscheinlich; notwendig ist sie nach diesen Bemerkungen jedenfalls nicht. Daß Eisen, Nickel, Kobalt als Metalle eine sehr starke positive Drehung  $\delta$  besitzen, spricht trotzdem für Rotation *negativer* Elektronen, weil bei Metallen, deren Absorptionsindex  $\kappa > 1$  ist, das Vorzeichen von  $\delta$  wieder umgekehrt wird, vgl. mein Buch p. 391. Formel (20). Weiter quantitativ zu bestätigen wäre die Elektronentheorie dadurch, daß bei allen Körpern, bei denen  $\delta$  negativ ist, d. h. bei den paramagnetischen Eisensalzen (und auch in den magnetischen Metallen) das Dispersionsgesetz der magnetischen Drehung  $\delta$  nicht der Formel (68) entspricht, sondern einer anderen Formel, die ich in meinem Buche (l. c. Formel (30')) abgeleitet habe.

#### Zusammenfassung der Hauptresultate.

1. Bei allen Körpern mit normaler Dispersion werden die ultravioletten Eigenschwingungen erzeugt durch negative Elektronen, für die das Verhältnis  $e/m$  (Ladung zu Masse) den Wert besitzt, der auch Kathodenstrahlen zukommt. Die ultraroten Eigenschwingungen werden erzeugt durch die positiv geladene ponderable Masse der Atome oder des Moleküls.
2. Bei Körpern mit anomaler Dispersion (Anilinfarben) werden die Absorptionsstreifen erzeugt durch negative Elektronen, nicht durch ponderable Atom- oder Molekülmassen.
3. Für die negativen Elektronen ergibt sich aus der Dispersion des Wasserstoffs  $e/m = 1,5 \cdot 10^7$ , d. h. etwas kleiner, als der von Kaufmann, Simon und Seitz an Kathodenstrahlen beobachtete Wert  $e/m = 1,86 \cdot 10^7$ .  $e/m$  kann aus der Dispersion jeder Substanz bestimmt werden, welche nur eine ultraviolette Eigenschwingung besitzt. Hierfür ist auf p. 695 ein experimentelles Kriterium gegeben.

4. Der Einfluß der ultraroten Eigenschwingungen auf den optischen Brechungsindex kann für flüssige und feste Körper durch die p. 689 angegebene Formel (16') in einer oft ausreichenden Näherung im voraus berechnet werden. Diese Formel versagt aber für Gase und Dämpfe, sowie auch für gewisse Flüssigkeiten (Alkohole).

5. Aus der Dispersion ergibt allgemein Formel (23'') eine untere Grenze  $p$  für die Summe der Elektronen im Molekül, welche durch ihre Beweglichkeit Einfluß auf den Brechungsindex haben; Formel (28') oder (37') ergibt eine untere Grenze  $\lambda_1$  für die größte der ultravioletten Eigenwellenlängen. Die Grenzwerte  $p$  und  $\lambda_1$  ergeben sich unabhängig vom Aggregatzustand der Substanz.

6. Die untere Grenze  $p$  der Anzahl beweglicher Elektronen im Molekül setzt sich (vielleicht nur in organischen Verbindungen) additiv zusammen aus bestimmten Anteilen, welche charakteristisch sind für die Atome bez. für bestimmte Atomgruppen, aus denen sich das Molekül zusammensetzt, hängt aber auch von der chemischen Konstitution ab. Durch Doppelbindungen wird  $p$  verkleinert. Die Halogene fügen sich dieser Additionsregel nicht.

7. Die unteren Grenzen  $p$  der Anzahl beweglicher Elektronen im Molekül oder in der Atomgruppe oder im Atom sind gleich oder kleiner wie die Summe der im Molekül, bez. in der Atomgruppe, bez. in dem Atom enthaltenen Valenzen. Nur bei den Halogenen F, Cl, Br, J ist  $p$  größer als die Valenz 1.

8. Die (nach Abegg'scher Bezeichnung) positive Valenzzahl eines Atoms, sowohl als Normalvalenz, als auch als Kontravalenz bezeichnet die Anzahl der am Atom loser haftenden negativen Elektronen. Daher ist die aus der Dispersion ermittelte untere Grenze  $p$  der loser haftenden negativen Elektronen gleich oder kleiner als die positive Normal- oder Kontravalenz.

9. Die (nach Abegg'scher Bezeichnung) negative Valenz  $v'$  bezeichnet die Fähigkeit eines Atoms, die Zahl  $v'$  negativer Elektronen von anderen Atomen los zu reißen oder wenigstens fester an sich zu ketten. Diese Zahl hängt daher nicht mit der aus der Dispersion bestimmten Zahl  $p$  zusammen.

10. Wechselnde Valenz eines Atoms (z. B. von Fe) entsteht durch stufenartig verschieden starke Bindung der losen negativen Elektronen an das Atom.

11. Formel (42), p. 723 gibt an einen oberen Grenzwert für die ultraroten Eigenwellenlängen eines Stoffs.

12. Die elektrische Leitfähigkeit eines Metalles hängt von seiner Anzahl frei beweglicher Elektronen und ihren Reibungswiderständen  $r$  ab. Bei optischen Schwingungen wird  $r$  (wegen stärkeren Strahlungsverlustes) mit abnehmender Wellenlänge größer. Daher kann man die Elektronenzahl im Metall nicht (wie nach Schuster) aus seinen optischen Eigenschaften und seiner elektrischen Leitfähigkeit berechnen.

13. Nach Formel (60), p. 945 kann man die Anzahl frei beweglicher Leitungselektronen im Metall aus seinen optischen Eigenschaften annähernd berechnen, da in dieser Formel die (nicht aus der Leitfähigkeit zu entnehmende) Reibungskonstante  $r$  nicht auftritt. Die hiernach berechneten Elektronenzahlen, welche zwischen 0,5 bis 7,5 pro Metallatom schwanken, ergeben im allgemeinen der Größenordnung und Richtung nach die beobachteten thermoelektrischen Kräfte der Metalle, eine genauere Berechnung ist vorläufig nicht möglich wegen des zahlenmäßig nicht bekannten Einflusses der Eigenschwingungen gebundener Elektronen der Metalle auf ihre optischen Eigenschaften. Im Wismut ergibt sich die Anzahl Leitungselektronen im  $\text{cm}^3$  besonders klein, im Antimon besonders groß. Nach Formel (67) können auch die freien Weglängen der Elektronen im Metall berechnet werden.

14. Aus den Hagen-Rubensschen Beobachtungen des Emissionsvermögens der Metalle bei  $\lambda = 25 \mu$  kann man eine untere Grenze für die Leitungselektronenzahl im Metall gewinnen, wenn es für diese großen Wellenlängen gestattet ist, die Reibungskonstante  $r$  der Leitungselektronen gleich zu setzen dem bei konstantem elektrischen Strom stattfindenden Werte. Diese untere Grenze der Elektronenzahl ist im allgemeinen verträglich mit der nach Formel (60) bestimmten Elektronenzahl. Die wenigen Ausnahmen können erklärt werden durch den (zahlenmäßig noch unbestimmbaren) Einfluß von Eigenschwingungen gebundener Elektronen des Metalles, teils dadurch, daß der Reibungskoeffizient  $r$  doch schon selbst bei diesen

großen Wellenlängen etwas größer ist als im konstanten Strome.

15. Der von J. J. Thomson angegebene Weg zur Berechnung der Anzahl der Leitungselektronen eines Metalles aus seiner Widerstandsänderung im Magnetfeld ist seiner mathematischen Herleitung nach anfechtbar. Er führt zu Elektronenzahlen, welche bei den meisten Metallen viel kleiner sind, als die von mir aus den optischen Eigenschaften der Metalle ermittelten Zahlen, und welche daher mit den Hagen-Rubensschen Beobachtungen über das Emissionsvermögen der Metalle im Gebiete von  $\lambda = 25 \mu$  schlechter vereinbar sind. Außerdem würden die so gewonnenen Elektronenzahlen (wenigstens nach der von mir gegebenen Theorie) wesentlich zu große thermoelektrische Kräfte liefern.

16. Der Temperaturkoeffizient der optischen Eigenschaften der Metalle (der auch bei starker Abkühlung untersucht wurde) ist viel kleiner, als der ihrer elektrischen Leitfähigkeit, weil bei letzterer der Reibungskoeffizient  $r$  der Leitungselektronen durch Stöße an den ponderablen Atomen entsteht, die bei höherer Temperatur zunehmen, während bei schnellen Lichtschwingungen  $r$  wesentlich durch Hertzsche Strahlung der Elektronen entsteht, die von der Temperatur nicht abhängt.

17. Wie Siertsema zuerst abgeleitet hat, ergibt die Dispersion der magnetischen Drehung der Polarisationssebene das Verhältnis  $e/m$  der Elektronen annähernd in der Größe, wie bei den Kathodenstrahlen. Für diese Körper muß die Drehung der Polarisationssebene positiv sein (im Sinne der Ströme, welche das Magnetfeld erzeugen oder ersetzen können). Daß bei stark paramagnetischen Salzen die magnetische Drehung negativ, bei Eisen, Nickel und Kobalt positiv ist, kann so gedeutet werden, daß die paramagnetischen Eigenschaften entstehen durch Rotation *negativer* (nicht positiver) Elektronen. Bei dieser Deutung muß in diesen Körpern die magnetische Drehung der Polarisationssebene ein anderes Dispersionsgesetz befolgen, als in Körpern von normalem Verhalten (mit positiver Drehung der Polarisationssebene).

Gießen, Juni 1904.

(Eingegangen 16. Juni 1904.)

#### 4. Zur Kenntnis der negativen Streifenentladung; von M. Toepler;

Nur an spitzen Kathoden findet die Entladung in der Regel (Luft von Atmosphärendruck vorausgesetzt) in Form eines einzigen wohlentwickelten negativen Büschels von bekannter Gestalt statt. An negativen Flächen, speziell auch an Kugelkathoden bilden sich *zahlreiche Lichtfäden* (d. h. verkümmerte negative Büschel), welche bei großer Strömungsintensität die Elektrode wie eine Strahlenkrone fast gleichmäßig allseits einhüllen; diese Entladungsform war früher als „*negative Streifenentladung*“ bezeichnet worden.<sup>1)</sup>

Im ersten Teile der vorliegenden Notiz sind einige Messungen über die Abhängigkeit der Stromstärke von der Elektroden-  
spannung (der sogenannten Charakteristik) bei Streifenentladung an Kugelelektroden verschiedener Größe gegenüber einer plattenförmigen Anode mitgeteilt. Im zweiten Abschnitte ist dann versucht, eine Erklärung für den eigentümlichen Verlauf der Versuchsergebnisse zu geben.

#### I.

Die möglichst gut isolierte Strombahn führte vom negativen Pole einer 60 plattigen Influenzmaschine über die Kugelelektrode, den Schlagraum  $f$ , die positive Platte  $G$  (eine Glasplatte mit ebenem kreisförmigen Stanniolbelege von 60 cm Durchmesser) und ein Galvanometer zum positiven Maschinenpole (das Wiedemannsche Galvanometer war in einen Metallkäfig aus belegten Glasplatten eingeschlossen), die spezielle Anordnung des Entladungsraumes ist aus Fig. 1 ersichtlich. Um den Einfluß der Zuleitung zur Kugelelektrode auf die Feldverteilung im Entladungsraum möglichst herabzusetzen, bestand diese Zuleitung

1) Vgl. M. Toepler, Ann. d. Phys. 2. p. 618. 1900. Angaben über Grenzspannungen von negativer Streifenentladung finden sich Ann. d. Phys. 7. p. 485. 1902.

aus einem sehr dünnen Drahte, welcher durch ein sehr fein ausgezogenes Glasrohr geführt war; die Zuleitung (inklusive Glasrohr) hatte dicht an der Kugelelektrode nur 0,08 cm Durchmesser, in 20 cm Abstand erst 0,2 cm.

Als Erkennungsmittel für das Erreichen einer bestimmten Potentialdifferenz zwischen den Elektroden des Hauptentladungsraumes  $f$  diente, wie früher bei analogen Messungen, das Auftreten eines Funkenstromes in einer parallel geschalteten, willkürlich variablen Funkenstrecke ( $F$ ) mit Messingkugelelektroden von 6 cm Durchmesser.



Fig. 1.

In der Tabelle I sind die Messungsergebnisse zusammengestellt <sup>1)</sup> (Durchmesser der Kugelelektrode  $d$ , Elektrodenabstand  $f$  und Nebenschlagweite  $F$  in Zentimetern, Spannung in Kilovolt, Stromstärke in Milliampère). Jeder Tabellenwert ist das Mittel aus fünf Einzelbestimmungen.

Zur Ergänzung der Tabelle und früherer Messungen seien ferner noch folgende Bestimmungen mitgeteilt.

1. Stromstärke  $i = 0,0417$  Milliampère für  $d = 1,5$  bei  $F = 1,1$  cm ( $V = 35,5$  Kilovolt).

2. Anfangsspannung  $A$  für die Kugel mit  $d = 0,2$  cm bei

	$f = 1$ cm	3 cm	6 cm	9 cm	20 cm
$A \left\{ \begin{array}{l} F \text{ in cm} \\ \text{Kilovolt} \end{array} \right.$	0,22 7,7	0,26 9,0	0,29 10,1	0,32 11,1	0,37 13,0

3. Grenzspannung  $G$  und Grenzstromstärke  $J$  für dieselbe Kugel ( $d = 0,2$  cm) bei

	$f = 1$ cm	2 cm
$G \left\{ \begin{array}{l} F \text{ in cm} \\ \text{Kilovolt} \end{array} \right.$	0,55 13,8	1,22 33,9
$J \text{ in Milliamp.}$	0,26	0,49

<sup>1)</sup> Besonders bei schwachem Strom, wo der Elektrizitätsaustritt in den Schlagraum  $f$  erst an beschränktem Teile der Kugeloberfläche stattfindet, waren die Messungsergebnisse recht schwankend; um dies möglichst zu vermeiden, waren die Elektroden etwas (durch leichtes Abreiben mit Schmirgelpapier) geraut. Alle Kugeln waren aus Messing.



Tabelle I.

Stromstärke in Milliampère für																
Spannung		Elektrodenabstand $f = 3$ cm und				Elektrodenabstand $f = 6$ cm und				Elektrodenabstand $f = 9$ cm und						
$F$ in cm	Kilovolt	$d = 0,2$ cm	$d = 0,5$ cm	$d = 1,0$ cm	$d = 1,5$ cm	$d = 0,2$ cm	$d = 0,5$ cm	$d = 1,0$ cm	$d = 1,5$ cm	$d = 0,2$ cm	$d = 0,5$ cm	$d = 1,0$ cm	$d = 1,5$ cm			
0,50	17,1	0,020	0,000	—	—	0,004	0,007	—	—	0,002	—	—	—			
0,75	25,2	0,037	0,083	—	—	0,021	0,007	—	—	0,011	0,001	—	—			
1,00	32,6	0,126	0,091	0,068	—	0,043	0,026	0,007	—	0,027	0,009	0,001	—			
1,25	39,7	0,254	0,257	0,241	0,186	0,082	0,068	0,045	0,006	0,044	0,036	0,013	—			
1,50	46,4	0,361	0,443	—	—	0,137	0,125	0,101	0,067	0,078	0,061	0,047	0,010			
1,75	52,8	0,487	—	—	—	0,194	0,179	0,160	0,124	0,090	0,100	0,072	0,047			
2,00	58,9	—	—	—	—	0,239	0,244	0,241	0,184	0,134	0,141	0,110	0,087			
2,50	70,0	—	—	—	—	ca. 0,34	—	—	0,343	0,186	0,223	0,206	ca. 0,16			

Tabelle II.

Stromstärke in Milliampere	Spannung in Kilovolt für $d = 0,2$ cm und						$d = 0,5$ cm						$d = 1,0$ cm						$d = 1,5$ cm					
	$f = 3$ cm	$f = 6$ cm	$f = 9$ cm	$f = 12$ cm	$f = 15$ cm	$f = 20$ cm	$f = 3$ cm	$f = 6$ cm	$f = 9$ cm	$f = 3$ cm	$f = 6$ cm	$f = 9$ cm	$f = 3$ cm	$f = 6$ cm	$f = 9$ cm	$f = 3$ cm	$f = 6$ cm	$f = 9$ cm	$f = 3$ cm	$f = 6$ cm	$f = 9$ cm	$f = 3$ cm	$f = 6$ cm	$f = 9$ cm
0,01	13,6	20,0	25,0	29,0	32,6	37,0	20,4	27,0	32,0	25,0	33,4	39,0	38,4	40,2	40,2	40,2	40,2	40,2	40,2	40,2	40,2	40,2	40,2	40,2
0,05	23,6	34,0	40,8	47,0	54,0	64,0	28,0	37,0	43,6	30,8	40,0	48,8	34,7	46,2	57,0	35,8	44,4	53,0	35,8	44,4	53,0	35,8	44,4	53,0
0,10	30,0	42,0	52,8	62,0	70,0	82,6	38,0	44,0	53,0	34,7	46,2	57,0	38,4	46,2	57,0	38,4	46,2	57,0	38,4	46,2	57,0	38,4	46,2	57,0
0,15	34,4	49,0	62,5	74,0	82,6	97,0	38,0	49,6	61,0	37,2	51,1	63,8	37,2	51,1	63,8	37,2	51,1	63,8	37,2	51,1	63,8	37,2	51,1	63,8
0,20	37,6	55,0	72,0	82,6	97,0	114,0	38,2	55,0	67,3	39,0	55,6	69,4	39,0	55,6	69,4	39,0	55,6	69,4	39,0	55,6	69,4	39,0	55,6	69,4
0,25	40,5	60,5	72,0	82,6	97,0	114,0	40,0	59,4	73,0	40,1	59,6	73,6	40,1	59,6	73,6	40,1	59,6	73,6	40,1	59,6	73,6	40,1	59,6	73,6
0,30	48,0	65,0	72,0	82,6	97,0	114,0	41,7	63,2	73,0	41,0	63,0	73,6	41,0	63,0	73,6	41,0	63,0	73,6	41,0	63,0	73,6	41,0	63,0	73,6

4. Charakteristiken für dieselbe Kugel ( $d = 0,2$  cm) und größere Elektrodenabstände ( $f = 12, 15$  und  $20$  cm).

$F$ in cm	Kilovolt	Strom in Milliampère für		
		$f = 12$ cm	$f = 15$ cm	$f = 20$ cm
1,00	32,6	0,016	0,010	0,006
1,25	39,7	0,030	0,019	0,013
1,50	46,4	0,050	0,032	0,020
1,75	52,8	0,071	0,048	0,033
2,00	58,9	0,088	0,065	0,040
2,50	70,0	0,131	—	ca 0,06

Durch graphische Interpolation und zum Teil geringe Extrapolation unter Ausgleichung einiger besonders hervortretender, offenbar durch die Bestimmungsunsicherheit veranlaßter Unregelmäßigkeiten erhält man aus vorangehenden Messungen für die Abhängigkeit der Spannung bei Streifenentladung zwischen Kugel und Platte (bei verschiedenen Stromstärken) von dem Elektrodenabstände die Werte von Tab. II auf voriger Seite.

Die Figg. 2a und 2b geben nach Tabelle II für die beiden Extremfälle  $d = 0,2$  cm und  $d = 1,5$  cm die Abhängigkeit der Spannung (Ordinaten) von dem Elektrodenabstände (Abszissen) für die an den einzelnen Kurven vermerkten Stromstärken in Milliampère. In den Figuren ist ferner auch die Anfangsspannung (stark gestrichelt) und die Grenzspannung der Streifenentladung (stark strichpunktirt) eingetragen.<sup>1)</sup>

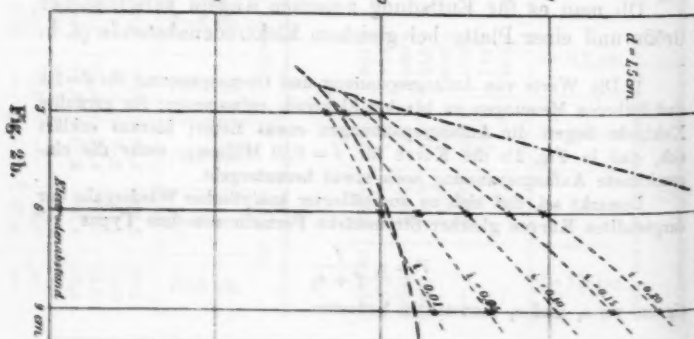
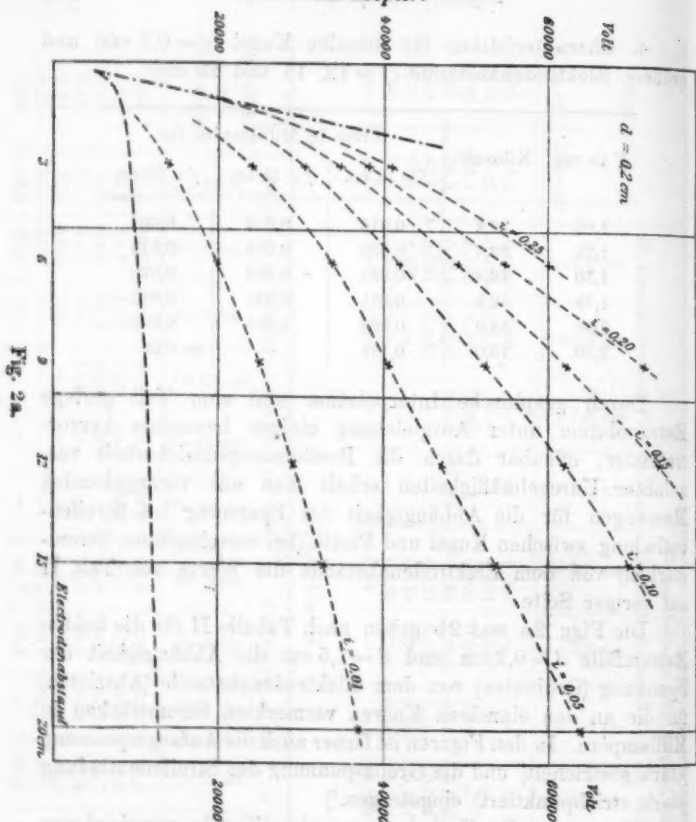
Ob man es für Entladung zwischen Kugeln verschiedener Größe und einer Platte bei gleichem Elektrodenabstände (d. h.

1) Die Werte von Anfangsspannung und Grenzspannung für  $d = 1,5$  sind früheren Messungen an blanker Elektrode entnommen; für gerauhte Elektrode liegen die Anfangsspannungen etwas tiefer; hieraus erklärt sich, daß in Fig. 2b die Kurve für  $i = 0,01$  Milliamp. unter die eingezeichnete Anfangsspannung noch etwas heruntergeht.

Bemerkt sei, daß sich zu angenäherter analytischer Wiedergabe der dargestellten Kurven gleicher Stromstärke Formeln von dem Typus

$$V = c_1 \frac{f}{f + c_2}$$

eignen, wo  $c_1$  und  $c_2$  Konstanten bedeuten.



gleichem Abstände der nächsten Elektrodenpunkte) oder vielleicht eher je bei gleichem Abstände des Kugelzentrums von der Plattenebene mit vergleichbaren Versuchsbedingungen zu tun hat, kann zweifelhaft sein. Es sei daher im folgenden wesentlich nur der Fall betrachtet, wo der Elektrodenabstand 9 cm, d. h. relativ groß zu den benutzten Kugelgrößen war.

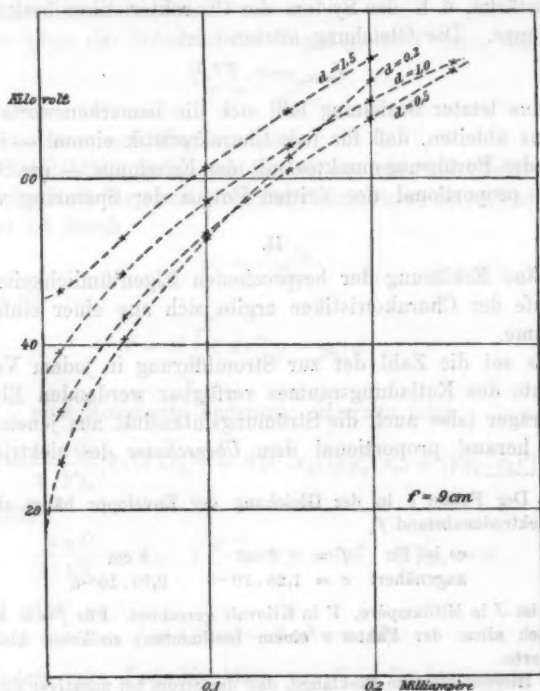


Fig. 8.

In Fig. 3 ist der Verlauf der Charakteristiken bei  $f=9$  cm für die verschiedenen an den zugehörigen Kurven vermerkten Elektroden Durchmesser  $d$  in Zentimetern eingetragen.

Das System der Charakteristiken läßt folgende Eigenschaften erkennen:

1. Die Charakteristiken für verschieden große Kathodenkugeln schneiden sich.

2. Die Stromstärke, welche zwischen Kugel und Platte bei bestimmter Potentialdifferenz übergeht, ist abhängig vom Kathodendurchmesser; sie wächst mit wachsender Kugelgröße, erreicht bei einer bestimmten Kugelgröße ein Maximum und nimmt dann wieder ab.

3. Es gibt also für jede Spannung eine bestimmte maximale Stromstärke, d. h. das System der Charakteristiken besitzt eine Enveloppe. Die Gleichung letzterer ist

$$J_{\max.} = c \cdot V^3.^1)$$

Aus letzter Beziehung läßt sich die bemerkenswerte Konsequenz ableiten, daß für jede Charakteristik einmal — in der Nähe des Berührungspunktes mit der Enveloppe — die Stromstärke proportional der dritten Potenz der Spannung wird.^2)

## II.

Eine Erklärung der besprochenen Eigentümlichkeiten im Verlaufe der Charakteristiken ergibt sich aus einer einfachen Annahme.

Es sei die Zahl der zur Stromführung in jedem Volumenelemente des Entladungsraumes verfügbar werdenden Elektrizitätsträger (also auch die Strömungsintensität aus jenem Elemente heraus) proportional dem Überschusse des elektrischen

1) Der Faktor  $c$  in der Gleichung der Enveloppe hängt ab von dem Elektrodenabstand  $f$ :

$$\begin{array}{ll} \text{es ist für } f = & 6 \text{ cm} \quad 9 \text{ cm} \\ \text{angenähert } c = & 1,28 \cdot 10^{-6} \quad 0,70 \cdot 10^{-6}, \end{array}$$

hierbei ist  $J$  in Milliampère,  $V$  in Kilovolt gerechnet. Für  $f = \infty$  nähert sich nach allem der Faktor  $c$  einem bestimmten, endlichen kleinsten Grenzwerte.

2) Hiermit steht im Einklange, daß der Strom bei negativer Büschelentladung zwischen stumpfer Spitze und Platte für große Intensität (in der Nähe der Grenzstromstärke) proportional der dritten Potenz der Spannung wird; es war (vgl. Ann. d. Phys. 2. p. 583. Tab. V. 1900) bei 4,3 cm Elektrodenabstand:

für $i$ (in Milliamp.)	0,088	0,088	0,120	0,168	0,256	0,386	0,464
gefunden $V$ (Kilovolt)	25,2	32,6	39,7	46,4	52,8	58,9	64,6
hieraus ( $i: V^3$ ) $\cdot 10^6$	2,38	2,54	1,92	1,68	1,74	1,64	1,72

Die letzten vier Werte von  $i: V^3$  stimmen innerhalb der Grenzen der Versuchsunsicherheit überein.

Gefälles ( $g$ ) an jener Stelle über einen bestimmten Mindestwert ( $g_0$ ) des Gefälles. Unter dieser Annahme läßt sich leicht für den zwar experimentell nicht realisierbaren *einfachsten* Fall von Elektrodenanordnung — eine einzige isolierte Kugel (Radius  $r_0$ ) im unelektrischen Raum, welcher dauernd (etwa von innen heraus) Elektrizität zugeführt werde — die Charakteristik berechnen.

Es möge das Potential der Kugel gleich  $V$  sein; dann ist

$$g = \frac{V \cdot r_0}{r^2}$$

im Abstände  $r$  vom Kugelzentrum.

Trägerbildung findet statt im Gebiete zwischen Elektrodenoberfläche (Radius  $r_0$ ) und einer Kugeloberfläche, deren Radius  $R$  gegeben ist durch

$$g_0 = \frac{V \cdot r_0}{R^2},$$

und es ist

$$J = C \int_{r_0}^R 4 \pi r^2 (g - g_0) dr;$$

worin  $C$  eine Konstante bedeutet. Hieraus folgt

$$J = \frac{4 \pi C}{8 \cdot \sqrt{g_0}} \{ 2 \cdot (V \cdot r_0)^{3/2} - 3 (V \cdot r_0) (\sqrt{g_0} \cdot r_0) + (\sqrt{g_0} \cdot r_0)^3 \},$$

oder falls

$$\frac{4 \pi C}{8 \cdot \sqrt{g_0}} = k, \quad \sqrt{V \cdot r_0} = w \quad \text{und} \quad r_0 \sqrt{g_0} = u$$

gesetzt wird

$$J = k (2 w^3 - 3 w^2 u + u^3).$$

Indem man  $J$  als Funktion von  $V$  je für bestimmte Elektrodengröße  $r_0$  ins Auge faßt, erhält man ein System von Charakteristiken.

In Tab. III sind zu leichterer Orientierung die unter der speziellen Annahme, daß  $g_0 = 200 \frac{\text{statische Potentialeinheiten}}{\text{cm}}$  beträgt, berechneten Werte von  $J/k$  angegeben. Diejenigen Kurvenwerte, deren Kenntnis zwar zur Konstruktion der Kurve erwünscht sein kann, denen aber ein physikalischer Sinn nicht zukommt, sind eingeklammert.

Tabelle III.

 $g_0 = 200$ , d. h.  $= 60000$  Volt/cm angenommen.

Potential $V$ in statischen Einheiten	Wert von $J/k$ für Elektroden mit Radius $r_0$						$r_{\max.}$	$J/k_{\max.}$
	$r_0 = 0,05$ cm	$r_0 = 0,1$ cm	$r_0 = 0,25$ cm	$r_0 = 0,50$ cm	$r_0 = 0,75$ cm	$r_0 = 1,0$ cm		
0	(0,35)	(2,88)	(44,2)	(353,6)	(1193)	(2828)	0	0
100	12,1	23,3	29,0	0	(106)	(586)	0,191	81,9
200	42,4	96,9	221,0	232,2	94,7	0	0,382	255,2
300	84,7	204,2	547,7	847	784	493	0,573	861

Fig. 4 gibt einige nach Tab. III konstruierte Charakteristiken.

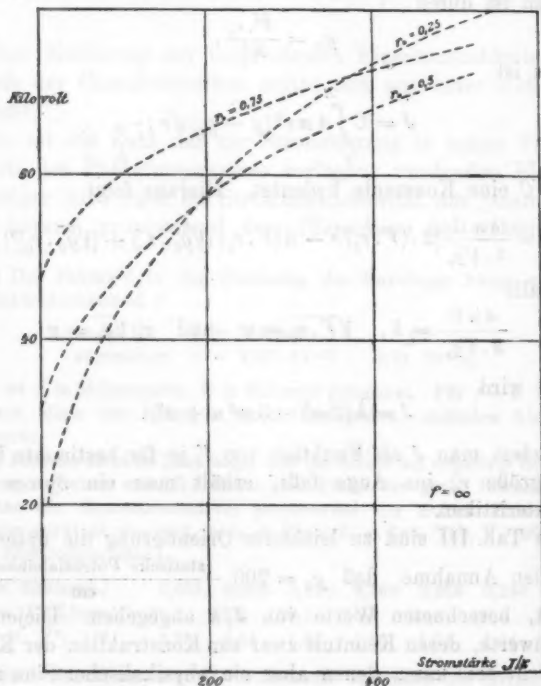


Fig. 4.



Das durch die eben abgeleitete Gleichung gegebene System von Charakteristiken hat folgende bemerkenswerte Eigenschaften:

1. Die Charakteristiken *schneiden sich*.
2. Für bestimmte Spannung  $V$  nimmt der Strom, als Funktion des Radius der Elektroden betrachtet, vom Werte  $J = 0$  für  $r_0 = 0$  aus rasch zu, *erreicht ein Maximum* und sinkt dann langsam, um bei  $r_0 = V/g_0$  wieder Null zu werden.
3. Es gibt also für jede Spannung eine bestimmte Elektrodengröße, für welche der Strom ein Maximum wird. Der Maximalwert der Stromstärke beträgt

$$J_{\max.} = \frac{k}{2} (5\sqrt{5} - 11) \left( \frac{1}{\sqrt{g_0}} \right)^3 \cdot V^3$$

(Gleichung der Enveloppe), d. h. ist proportional der dritten Potenz der Spannung. Diese maximal mögliche Stromstärke tritt für die spezielle Spannung  $V$  ein an einer Kugelelektrode vom Radius

$$r_{\max.} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2g_0} \cdot V.$$

In Tab. III sind in den beiden letzten Kolumnen die berechneten Werte von  $J_{\max.}$  und  $r_{\max.}$  angegeben.

4. Jede einzelne Charakteristik ( $r_0 = \text{konst.}$ ) *berührt* die Ordinate  $J = 0$  im Punkte  $V = g_0 \cdot r_0$ ; der Strom beginnt jeweils erst für  $V = g_0 \cdot r_0$ , um dann anzusteigen.

5. Sind  $J$ ,  $V$  und  $r_0$  drei Werte, die der Gleichung genügen, so genügen  $\alpha^3 \cdot J$ ,  $\alpha \cdot V$  und  $\alpha \cdot r_0$  auch der Gleichung, wobei  $\alpha$  einen beliebigen Faktor bedeutet.

Zwischen diesen für Elektrizitätsausströmen aus allseitig freistehenden Elektroden abgeleiteten Gesetzen und denen für die Charakteristiken der Entladung zwischen Platte und Kugelkathoden mit (dünner) Zuleitung kann man natürlich nicht mehr als höchstens allgemein *qualitative* Übereinstimmung erwarten; diese ist in der Tat, wie die eingangs angegebenen Messungen und ein Vergleich von Fig. 3 mit Fig. 4 zeigen, vorhanden. Besonders bemerkenswert erscheint mir die Übereinstimmung in der Gleichung der Charakteristikenenveloppe.

Daß — wenigstens für größere Kugeln, wie meine Messungen zeigen — die Nullordinate nicht mehr von der Charakteristik *berührt* wird, erklärt sich ungezwungen daraus, daß an größeren Elektroden gegenüber relativ naher Platte erst bei größeren Stromstärken das Ionisierungsbereich die Elektrode nahe einhüllt und erst dann bei weiterem Anwachsen der Strömung dieses Gebiet sich selbst angenähert ähnlich bleibt.

Dresden, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule, 31. Mai 1904.

(Eingegangen 1. Juni 1904.)

### 5. Resonanzversuche über das Verhalten eines einfachen Kohärrers; von F. Hodson.

(Auszug aus der Gießener Dissertation.)

Resonanzversuche von Kiebitz<sup>1)</sup> zeigten, daß ein Kohärer mit vielen Kontakten sich hinsichtlich seines Einflusses auf die Eigenperiode eines ihn enthaltenden Drahtsystems entweder wie eine sehr große Kapazität oder wie ein fast vollkommener Leiter verhält.

Resonanzversuche von Robinson<sup>2)</sup> mit einem Kohärer von einem Kontakt ließen einen Einfluß auf die Eigenperiode zahlenmäßig erkennen, indem ein System, das aus gleich langen Kupferdrähten (von je 25 cm Länge) gebildet war, die in der Mitte den Kohärer enthielten, dieselbe Eigenperiode besaß, als ob es ein metallisch überall leitender Stab von 40,5 cm Länge wäre. Hieraus berechnet sich die „scheinbare“ Kapazität des Kohärrers zu etwa (roher Näherungswert) 40 cm.

Zunächst fragt es sich, welcher Bruchteil dieser Zahl auf Kosten der elektrostatischen Kapazität und welcher auf Kosten der Leitung zu setzen ist, und wie der Kohärer sich bei solchen langen Wellen verhält, die Anwendung in der Funkentelegraphie finden. Wenn z. B. die Kapazität von 40 cm rein elektrostatisch wäre, so müßte für  $\lambda = 300$  m ein gerader Empfänger eine Länge von etwa 260 m<sup>3)</sup> haben; wenn dagegen die Leitung von großer Bedeutung wäre, könnte die notwendige Drahtlänge kaum mehr als 150 m betragen. Im ersten Falle müßte die kritische Spannung<sup>4)</sup> am Kohärer von viel schwächeren Wellen erzeugt werden, indem der Kohärer weit vom Potentialknoten entfernt liegen würde.

1) F. Kiebitz, Ann. d. Phys. 6. p. 74. 1901.

2) P. E. Robinson, Ann. d. Phys. 11. p. 790. 1903.

3) Diese Zahl ist nach der unten gegebenen Kirchhoffschen Gleichung berechnet worden.

4) Vgl. P. E. Robinson, l. c. p. 767.

Die hier im ersten Abschnitt zu beschreibenden Versuche sind unternommen worden, um die vorige Frage zu beantworten. Um die Resonanz am deutlichsten zu beobachten, werden Erreger und Empfänger aus fast geschlossenen Systemen bestehend benutzt, so daß nur ein minimaler Teil der Energie ausgestrahlt wird, und die Dämpfungskonstante dabei klein bleibt.<sup>1)</sup> Die Wahl zweier paralleler Drähte, aus denen der Empfänger besteht, hat den zweiten Hauptvorteil, daß die Selbstinduktion genau zu berechnen ist.

#### Die scheinbare Kapazität des Kohärers.

##### Apparate und Versuchsanordnung.

Der erste benutzte Erreger ist schon von Drude<sup>2)</sup> beschrieben worden. Das Induktorium, das ohne Teslatransformator gebraucht wurde, war mit einem Deprezunterbrecher versehen; außerdem befand sich im Primärkreis ein zweiter Unterbrecher<sup>3)</sup>, wodurch der Primärstrom für eine bestimmte kurze Zeit — etwa  $\frac{3}{4}$  Sek. — geschlossen werden konnte. Der Erregerkondensator  $C^4)$  wird auch an der schon erwähnten Stelle beschrieben. Später, und besonders für längere Wellen, wurde eine zweite etwas abgeänderte Kondensatorform bequem gefunden.<sup>5)</sup>

Die Methode, nach der man durch induktive Erregung Resonanz zwischen dem Erreger und dem aus einer Rechteckleitung (Länge  $a$ , Breite  $b$ ) mit angehängter Kapazität  $C$  bestehendem Sekundärkreis erzielte, und die Ableitung der hier benutzten Formeln

$$\lambda = 2\pi\sqrt{LC}\left\{1 + \frac{a^2}{6LC}\right\},$$

$$L = 4(a+b)\left\{\lg\frac{b}{R} - 1,31\frac{b}{a}\right\}$$

sind von Drude<sup>6)</sup> gegeben.

1) Vgl. P. E. Robinson, l. c. p. 790.

2) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 294. 1902.

3) Für eine Beschreibung derselben vgl. F. Kiebitz, l. c. p. 743.

4) P. Drude, l. c. p. 295. Fig. 2.

5) Nähere Beschreibung vgl. in meiner Dissertation.

6) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 611. 1902.

Aus diesen Gleichungen konnte auch die Kapazität des Meßkondensators ( $A$ ) mit Benutzung kurzer Wellen von bekannter Länge<sup>1)</sup> bestimmt werden.

Der Kohärer bestand aus zwei Stahlstücken (d. h. hatte nur einen Kontakt). Es war derselbe, der von Robinson<sup>2)</sup> benutzt wurde. Es bestand nur der Unterschied, daß in diesem Falle eine 3 m lange Parallelleitung zu den Stahlstücken des Kohäriers zugeführt werden mußte. Weil der Kohärer sich als sehr empfindlich gegen Erschütterungen erwies, war er auf einer an der Wand befestigten Steinplatte aufgestellt.

Zur Messung des Kohärerwiderstandes wurde ein Millivoltmeter von Keiser & Schmidt (d'Arsonvalprinzip, innerer Widerstand =  $247 \Omega$ ) verwendet. Da nach den Versuchen von Robinson<sup>3)</sup> die Kohärerwirkung bei einer Spannung von etwa 0,4 Volt eintritt, wurde als elektromotorische Kraft im Meßkreis nur ein Element von einer Termoskule gebraucht. Dasselbe besaß eine elektromotorische Kraft von 0,04—0,06 Volt bei gewöhnlichem Gasdrucke.

#### Untersuchungsmethode.

Die vorher mit Schmirgelpapier Nr. 000 polierten Enden der Stahlstäbchen wurden mindestens 3 Stunden in der Luft gelassen, so daß die notwendige Oxydschicht gebildet wurde. Die Oberflächen wurden zunächst mit einem bestimmten Druck, der einen Anfangswiderstand zwischen 700 und  $1200 \Omega$  gab, zusammengepreßt. Nachdem dieser Widerstand gemessen worden war, nahm ich die in Quecksilbernäpfchen endenden Drähte der Millivoltmeterleitung aus den Näpfchen weg, wodurch das Kohäriersystem<sup>4)</sup> ganz frei wurde. (Die offenen Enden dieser Drähte lagen allerdings in der Nähe der Parallelleitung des Kohäriers; es wurde aber gefunden, daß sie keinen Einfluß ausübten.) Hierauf setzte man den Erreger in der schon erwähnten Weise eine bestimmte kurze Zeit in Tätigkeit und trieb dadurch den Kohärerwiderstand

1) Vgl. P. Drude, l. c. p. 298 zur Messung dieser Wellen.

2) P. E. Robinson, l. c. p. 754.

3) l. c. p. 767.

4) Kohärer mit angeschlossenen Paralleldrähten.

herunter. Sodann wurde dieser gemessen, die Stahlstäbchen wurden getrennt und wieder in Kontakt gebracht. Es kam nur selten vor, daß der nun gemessene zweite Anfangswiderstand annähernd  $1000\ \Omega$  war, und er mußte zu diesem Werte mittels Klopfen an das Gestell gebracht werden. Der Widerstand nahm durch leichtes Klopfen im allgemeinen ab, durch heftiges Klopfen zu. Sobald der gewünschte Widerstand erreicht war, wiederholte man den Versuch. Die später angegebenen Endwiderstände sind Mittelwerte aus drei bis acht auf diese Weise gewonnenen Beobachtungen. Die größte Abweichung vom Mittelwerte überschritt in der Regel 30 Proz. nicht.

Weil bei Benutzung des Kohärers die Oxydschicht dicker wird<sup>1)</sup>, kann man nur eine Reihe von 30 bis 50 Beobachtungen machen. Danach müssen die Kohärerenden von neuem poliert werden.

#### Die Resonanzreihen.

##### Gruppe I. Wellen von ca. 12 m Länge.

Die Kohärerdrähte — Gesamtlänge 612 cm — waren in 2 cm Abstand straff gespannt. Der Erregerkreis befand sich etwa 20 cm unter der Ebene der Parallelleitung. Daß die Wirkung nur mittels induktiver Erregung in den langen Drähten erzeugt wurde, konnte man daran sehen, daß bei Herausnahme der Verbindungsdrähte der Kohärer auf die Erregung nicht ansprach.<sup>2)</sup>

Zuerst wurden Beobachtungen im ganzen Gebiet  $\frac{1}{2}\lambda = 300$  bis  $\frac{1}{2}\lambda = 600$  cm gemacht. Die erste wäre ungefähr die Resonanzwellenlänge, wenn der Kohärer als sehr kleine Kapazität, die zweite, wenn er als Leiter wirkte. Bei anderen Werten der Kapazität mußte Resonanz zwischen diesen Grenzen liegen. Für dieses ganze Gebiet ist eine Kurve (Fig. 1) gegeben, in

1) Über Ermüdung des Kohärers vgl. P. E. Robinson, l. c. p. 778.

2) Manchmal war es bequem, einen Strom im Primärkreise zu benutzen, der zu schwach war, um den Deprezunterbrecher in Bewegung zu setzen; in solchen Fällen wurde nur die einzige Entladung des Extrastromes benutzt. Es zeigte sich, daß die mit den zwei Entladungsarten gefundenen Resonanzkurven ihre Minima für dieselben Wellenlängen erreichten.

der die Endwiderstände für verschiedene Wellenlängen (Erregerplattenabstände) aufgetragen sind. Die Kurve zerfällt in drei Stücke, welche drei verschiedenen Beobachtungsreihen entsprechen. Die Unstetigkeiten sind wahrscheinlich durch Änderung der Erregerfunkenlänge verursacht. Es zeigt sich jedenfalls, daß das Resonanzgebiet in der Nähe von  $\frac{1}{2}\lambda = 610\text{ cm}$  (= Drahtlänge) liegt.<sup>1)</sup> In den folgenden Reihen sind Beob-

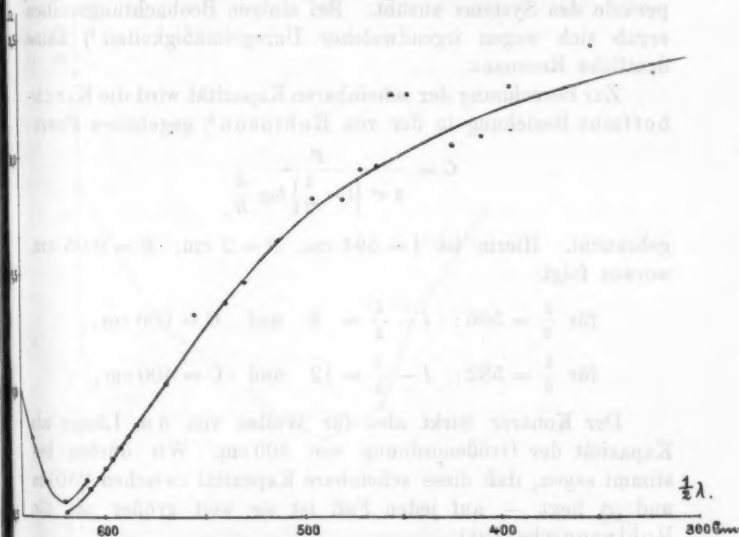


Fig. 1.

achtungen nicht mehr zwischen so weiten Grenzen, sondern nur innerhalb eines kleinen Gebietes in der Nähe des Resonanzpunktes angestellt.

Die bisherige Anordnung war unbefriedigend, indem der Drahtabstand bei der Kontaktstelle 6 cm (anstatt 2 cm) betrug und der letzte Teil der Leitung an die Quecksilbernäpfechen hinuntergebogen werden mußte. Nachdem das System so geändert war, daß die zwei Drähte mit konstantem Abstände in

1) Für eine Kapazität von 40 cm muß  $\frac{1}{2}\lambda =$  etwa 500 cm sein, wie aus der Kirchhoffschen Formel zu berechnen ist.



einer Ebene lagen, fand man durch wiederholte Messungsreihen, daß die Resonanzlage (für eine Drahtlänge = 594 cm) nach  $\lambda/2 = 586$  cm verschoben war, was einer endlichen — allerdings großen — Kapazität entsprach. Diese Reihen wurden mit verschiedenen Anfangswiderständen durchgeführt; es zeigte sich aber, daß der Anfangswiderstand zwischen den Werten 200 und 2000  $\Omega$  keinen deutlichen Einfluß auf die Eigenperiode des Systems ausübt. Bei einigen Beobachtungsreihen ergab sich wegen irgendwelcher Unregelmäßigkeiten <sup>1)</sup> keine deutliche Resonanz.

Zur Berechnung der scheinbaren Kapazität wird die Kirchhoffsche Beziehung in der von Robinson <sup>2)</sup> gegebenen Form:

$$C = \frac{P}{2\pi^2 \left\{ l - \frac{\lambda}{2} \right\} \log \frac{d}{R}}$$

gebraucht. Hierin ist  $l = 594$  cm,  $d = 2$  cm,  $R = 0,05$  cm, woraus folgt:

$$\text{für } \frac{\lambda}{2} = 586: \quad l - \frac{\lambda}{2} = 8 \quad \text{und} \quad C = 600 \text{ cm},$$

$$\text{für } \frac{\lambda}{2} = 582: \quad l - \frac{\lambda}{2} = 12 \quad \text{und} \quad C = 400 \text{ cm}.$$

Der Kohärer wirkt also für Wellen von 6 m Länge als Kapazität der Größenordnung von 500 cm. Wir dürfen bestimmt sagen, daß diese scheinbare Kapazität zwischen 250 cm und  $\infty$  liegt — auf jeden Fall ist sie weit größer als die Robinsonsche Zahl.

#### Gruppe II. Wellen von ca. 22 m Länge.

Mit Wellen von ungefähr der doppelten Länge wurden nun Kohärerkurven beobachtet. Die Länge der Sekundärdrähte betrug 1100 cm. Die Koppelung mit dem Erreger wurde schwächer gewählt als vorhin, so daß der Endwiderstand des Kohärsers jetzt größer war (5–10  $\Omega$ ) als vorhin. Dies hatte den doppelten Zweck: einerseits schärfere Resonanz durch schwächere Koppelung zu erreichen (wie auch bei

1) Änderung der Funkenstrecke oder Ermüdung an der Kontaktstelle des Kohärsers.

2) Vgl. P. E. Robinson, Gießener Dissertation.

Drahtwellen ohne Kohärer der Fall ist), andererseits konnte vielleicht bei größerem Endwiderstand des Kohäriers das Vorhandensein einer kleineren Kapazität nachgewiesen werden. Wellen von 22 m Länge waren die längsten, die man mit dem gegebenen Erreger darstellen konnte.

Diese Beobachtungsreihen waren den früheren ähnlich. Die Kurve (Fig. 2) ist aus Mittelwerten von sechs Reihen er-

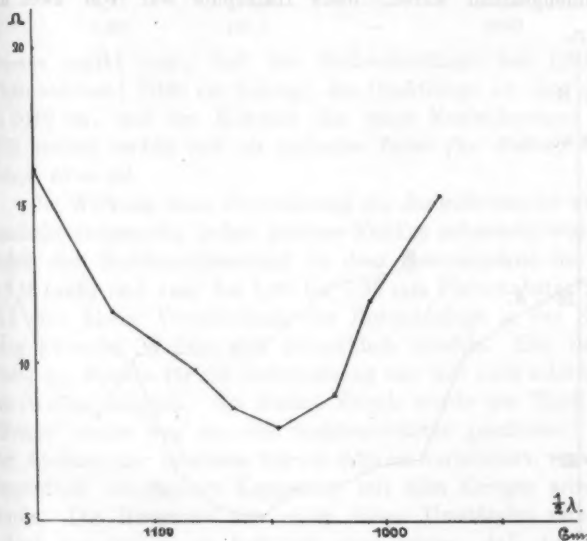


Fig. 2.

halten und gibt  $\lambda/2 = 1053$  cm als diejenige Erregerwellenlänge, die den kleinsten Widerstand des Kohäriers erzeugte.

Es folgt:

$$C = \frac{1100^2}{2\pi^2 \cdot (1100 - 1053) \cdot \log \frac{2}{0,05}} = 400 \text{ cm},$$

woraus zu sehen ist, daß keine bedeutende Verkleinerung der Kapazität durch größeren Endwiderstand erreicht wird. Eine genauere Prüfung des Einflusses des Endwiderstandes ist nur mit längeren Wellen durchgeführt worden.

einer Ebene lagen, fand man durch wiederholte Messungsreihen, daß die Resonanzlage (für eine Drahtlänge = 594 cm) nach  $\lambda/2 = 586$  cm verschoben war, was einer endlichen — allerdings großen — Kapazität entsprach. Diese Reihen wurden mit verschiedenen Anfangswiderständen durchgeführt; es zeigte sich aber, daß der Anfangswiderstand zwischen den Werten 200 und 2000  $\Omega$  keinen deutlichen Einfluß auf die Eigenperiode des Systems ausübt. Bei einigen Beobachtungsreihen ergab sich wegen irgendwelcher Unregelmäßigkeiten <sup>1)</sup> keine deutliche Resonanz.

Zur Berechnung der scheinbaren Kapazität wird die Kirchhoffsche Beziehung in der von Robinson<sup>2)</sup> gegebenen Form:

$$C = \frac{P}{2\pi^2 \left\{ l - \frac{\lambda}{2} \right\} \log \frac{d}{R}}$$

gebraucht. Hierin ist  $l = 594$  cm,  $d = 2$  cm,  $R = 0,05$  cm, woraus folgt:

$$\text{für } \frac{\lambda}{2} = 586: \quad l - \frac{\lambda}{2} = 8 \quad \text{und} \quad C = 600 \text{ cm},$$

$$\text{für } \frac{\lambda}{2} = 582: \quad l - \frac{\lambda}{2} = 12 \quad \text{und} \quad C = 400 \text{ cm}.$$

Der Kohärer wirkt also für Wellen von 6 m Länge als Kapazität der Größenordnung von 500 cm. Wir dürfen bestimmt sagen, daß diese scheinbare Kapazität zwischen 250 cm und  $\infty$  liegt — auf jeden Fall ist sie weit größer als die Robinsonsche Zahl.

#### Gruppe II. Wellen von ca. 22 m Länge.

Mit Wellen von ungefähr der doppelten Länge wurden nun Kohärercurven beobachtet. Die Länge der Sekundärdrähte betrug 1100 cm. Die Koppelung mit dem Erreger wurde schwächer gewählt als vorhin, so daß der Endwiderstand des Kohäriers jetzt größer war (5—10  $\Omega$ ) als vorhin. Dies hatte den doppelten Zweck: einerseits schärfere Resonanz durch schwächere Koppelung zu erreichen (wie auch bei

1) Änderung der Funkenstrecke oder Ermüdung an der Kontaktstelle des Kohäriers.

2) Vgl. P. E. Robinson, Gießener Dissertation.

Drahtwellen ohne Kohärer der Fall ist), andererseits konnte vielleicht bei größerem Endwiderstand des Kohärers das Vorhandensein einer kleineren Kapazität nachgewiesen werden. Wellen von 22 m Länge waren die längsten, die man mit dem gegebenen Erreger darstellen konnte.

Diese Beobachtungsreihen waren den früheren ähnlich. Die Kurve (Fig. 2) ist aus Mittelwerten von sechs Reihen er-

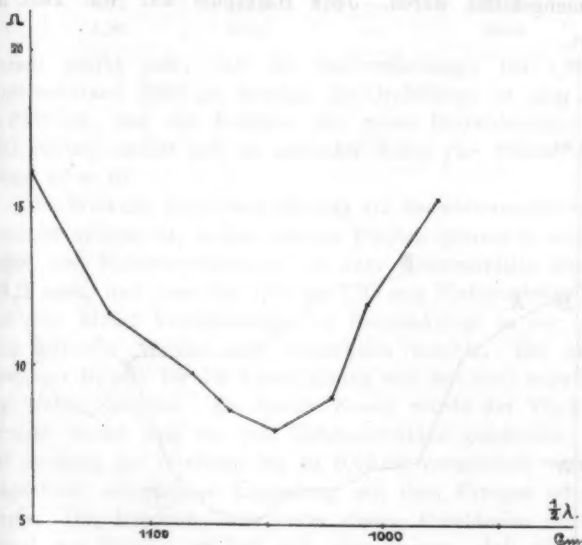


Fig. 2.

halten und gibt  $\lambda/2 = 1053$  cm als diejenige Erregerwellenlänge, die den kleinsten Widerstand des Kohärers erzeugte.

Es folgt:

$$C = \frac{1100^2}{2\pi^2 \cdot (1100 - 1053) \cdot \log \frac{2}{0,05}} = 400 \text{ cm},$$

woraus zu sehen ist, daß keine bedeutende Verkleinerung der Kapazität durch größeren Endwiderstand erreicht wird. Eine genauere Prüfung des Einflusses des Endwiderstandes ist nur mit längeren Wellen durchgeführt worden.

## Gruppe III. Wellen von ca. 40 m Länge.

Zur Erzeugung dieser Wellen wurde als Selbstinduktion des Erregers eine Spule aus drei Windungen von 3 mm dickem Kupferdraht von 27 cm Durchmesser hergestellt. Durch die Funkenstrecke war die Spule in zwei Hälften, je von anderthalb Windungen, geteilt, wobei die nächstliegenden Halbkreise in etwa 1 cm Abstand mit Ebonitstücken und Siegelack zusammengekittet waren. Jede Halbspule war von zwei mit

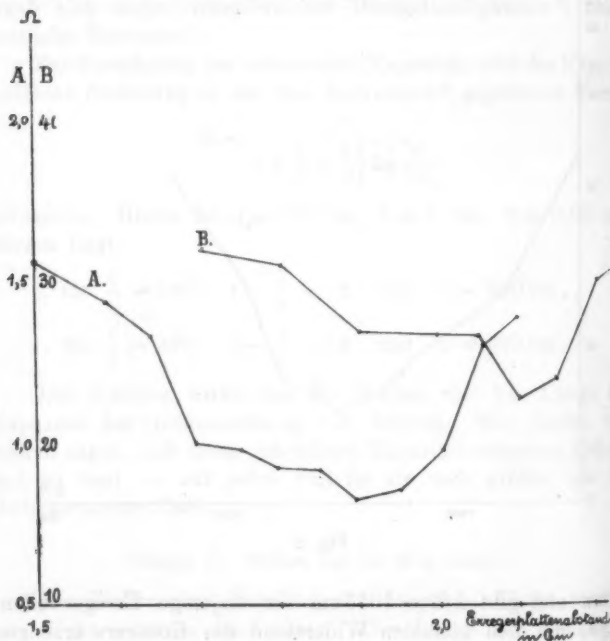


Fig. 3.

Blei belasteten Ebonitstützen getragen, so daß die Funkenstrecke wie vorher durch Verschieben der Stützen variierbar war. Die Verbindung zwischen Spule und Kondensator bestand wieder aus sehr dünnem Draht, so daß eine Bewegung der Platten keinen Einfluß auf die Funkengröße ausübte.

Die Kurve A (Fig. 3) entspricht der Resonanz für eine Drahtlänge von 2030 cm; die darin enthaltenen Endwiderstände

sind Mittelwerte aus vier Reihen. Der kleinste Widerstand erscheint bei einem Plattenabstand von 1,9 mm.

Mit einer Meßkapazität ( $C = 171 \text{ cm}$ ) wurde die folgende Wellenreihe erhalten (vgl. oben p. 974):

Erregerplatten- abstand in mm	$a$	$b$	$\frac{\lambda}{2}$
2,0	147,5	2,55	1992
1,92	152,3	—	2022
1,80	161,1	—	2080

Daraus ergibt sich, daß die Halbwellenlänge bei 1,90 cm Plattenabstand 2030 cm beträgt, die Drahtlänge ist aber auch = 2030 cm, und der Kohärer (der einen Endwiderstand von  $1 \Omega$  besitzt) *verhält sich als einfacher Leiter für Wellen, deren Länge 40 m ist.*

Die Wirkung einer *Vergrößerung des Endwiderstandes* wurde nunmehr untersucht, indem kleinere Funken gebraucht wurden, wobei der Kohärerwiderstand in dem Resonanzfalle nur bis  $9,8 \Omega$  sank, und zwar bei 1,90 bis 1,95 mm Plattenabstand, so daß eine kleine Verschiebung der Resonanzlage in der Richtung kürzerer Wellen sich bemerklich machte. Ein zuverlässiger Beweis für die Verschiebung war mit noch schwächeren Wellen möglich. Zu diesem Zweck wurde der Tisch mit Erreger weiter weg von den Kohärerdrähten geschoben, und der Abstand der letzteren bis zu 0,95 cm vermindert, wodurch magnetisch schwächere Koppelung mit dem Erreger erhalten wurde. Die Resonanz war unter diesen Umständen nicht so scharf wie früher; es ließ sich aber zeigen, daß die beste Wirkung bei einem Plattenabstand von 2,10 mm (vgl. Fig. 3, Kurve *B*) zu finden war. Die Kurve gibt Mittelwerte aus drei Reihen, die alle den größten Effekt bei 2,10 mm zeigten. Diese Lage entsprach noch weiterem Verschieben des  $\lambda$  wie von 1,90 bis 2,10 mm, weil durch Bewegung des Tisches die Erregerplatten etwas verstellt worden waren, so daß wiederholte Wellenmessungen, die untereinander gut übereinstimmten, von den früheren Resultaten um 4 Proz. verschieden waren.

Ich erhielt jetzt  $\lambda/2 = 1890 \text{ cm}$  bei 2,1 mm Erregerplattenabstand, dadurch wird

$$l - \frac{\lambda}{2} = (2030 - 1890) = 140 \text{ cm}$$

(= 7 Proz. der Drahtlänge für Endwiderstand = 20  $\Omega$ ). Es ergibt sich für die Kohärerkapazität

$$C = \frac{2030^2}{140 \cdot 2 \pi^2 \cdot \log \frac{0,95}{0,05}} = 500 \text{ cm.}$$

Es wurden später mit verschiedenen Erregern wieder zwei Reihen für den Endwiderstand 15  $\Omega$  gemacht; es ergab sich

$$l - \frac{\lambda}{2} = (2050 - 1970) = 80 \text{ cm}$$

und zu gleicher Zeit für den Endwiderstand 0,6  $\Omega$

$$l - \frac{\lambda}{2} = (2050 - 2045) = 5 \text{ cm.}$$

Resonanz war immer schlecht für 20  $\Omega$  Endwiderstand; bei noch größeren Widerständen war es nicht mehr möglich, Resonanz zu erhalten. Entweder gab es überhaupt keine Wirkung mehr, oder kleine Effekte, die nicht regelmäßig waren und keine bestimmte Änderung mit der Wellenlänge zeigten.

#### Gruppe IV. Wellen von ca. 70 m Länge.

Weil das Zimmer nicht groß genug war, um noch längere Drähte auszuspannen, wurde ein Kondensator an das freie Ende der Kohärerleitung angehängt; dadurch wurde die Eigenperiode des Systems verlangsamt und es konnte Resonanz mit Wellen von 70 m Länge beobachtet werden.

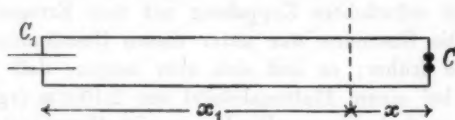


Fig. 4.

Wenn in einem solchen System (vgl. Fig. 4) die angelegte Kapazität  $C_1$  die Kohärerkapazität  $C$  ist, so gelten die Beziehungen

$$\frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{2\pi x_1}{\lambda} = \frac{1}{4 C_1 \log \frac{d}{R}},$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{1}{4 C \log \frac{d}{R}},$$



worin  $2(x_1 + x) = 2l_1 = l$  gleich Drahtlänge bedeutet.  $\lambda$  wird wie vorhin gemessen, so daß aus der ersten Gleichung  $x_1$  sich berechnen läßt, mit dessen Hilfe der Wert von  $x$  in die zweite eingesetzt wird und  $C$  daraus zu finden ist.

Für kleinen Endwiderstand ergab sich  $C = \infty$  (oder der Kohärer wirkt als einfacher Leiter), für einen Endwiderstand des Kohärrers  $20 \Omega$  ergab sich  $C = 1500 \text{ cm}$ .

#### Gruppe V. Wellen von ca. 250 m Länge.

Wellen dieser Länge finden bei der Funkentelegraphie praktische Verwendung, und wiewohl es nach dem Vorstehenden unwahrscheinlich war, daß eine endliche Kohärerkapazität in Frage kam, so erforderte die praktische Bedeutung dieser größeren Wellenlänge eine genauere Untersuchung.

Man brauchte zunächst Erreger, Kohärrersystem und Meßsystem von der betreffenden Periode.

*Der Erreger.* Es wurde erst gesucht, die *Kapazität* zu vergrößern, indem man die Platten in ein Acetonbad (Dielektrizitätskonstante 21) tauchte. Aber selbst bei Anwendung eines Teslatransformators zur Funkenspeisung des Erregers störte die zu große Leitfähigkeit des Acetons (sie betrug etwa  $\frac{1}{15}$  der Leitfähigkeit des gewöhnlichen destillierten Wassers), so daß keine kräftige Strahlung zu erhalten war. Es mußte also die *Selbstinduktion* vergrößert werden. Eine Spule von 17 Windungen, deren Durchmesser 29 cm betrug, wurde auf einen Pappzylinder gewunden. Der Draht war gut isoliert, so daß man die Windungen nebeneinander legen konnte; nur für die beiden Drähte, welche zu der Funkenstrecke führten, war es erforderlich, einen Abstand von 4 cm zu wählen. Es war notwendig, den Teil des Kreises, der die Funkenstrecke bildete, aus dickeren Drahtstücken aufzubauen. An diesen Stücken, die von mit Blei belasteten Ebonitstützen getragen waren, wurden die Enden der Halbspulen und die dünnen Drähte vom Induktorium festgemacht.

*Das Kohärrersystem.* An der Kohärerleitung wurde anfänglich ein Kondensator mit Aceton als Dielektrikum angehängt. An die Platten desselben waren Drähte angelötet, um möglichst guten Kontakt zu erreichen, die Anordnung gab aber in der Regel *nicht* gute Resonanz. Man konnte nur

denken, daß das Aceton, besonders nachdem etwas Wasser aus der Luft absorbiert war, zu große Leitfähigkeit besaß. Es wurde also zweitens eine Leydener Flasche gebraucht, und mit dieser trat scharfe Resonanz auf, sobald man den nötigen guten Kontakt an der Stannioloberfläche durch dünnen umwickelten Draht erreicht hatte.

*Das Meßsystem.* Mit Aceton- oder Wasserkondensatoren war es möglich, die benutzten Wellen zu messen, und sogar mit der früher beschriebenen 2 m langen Parallelleitung. Aber selbst wenn ein Teslatriansformator beim Erreger gebraucht wurde, war die im Sekundärkreise erregte Spannung sehr klein, einerseits wegen der Größe des Meßkondensators, andererseits wegen dessen Leitfähigkeit. Weil dieses System nicht befriedigend war, wurden die bisher nur als Kohärerleitung verwendeten 10 m langen Drähte als Meßsystem aufgestellt, wodurch erstens ein Petroleummeßkondensator benutzt werden konnte und zweitens die Kapazität der Leydener Flasche sich mit Wellen von 250 m Länge messen ließ.<sup>1)</sup> Die Hauptschwierigkeit lag in der Beobachtung des Righischen Indikators<sup>2)</sup> in einer Entfernung von 5—10 m. Am besten wählte man einen Abstand der zwei Stanniolstückchen von etwa 0,5 mm, wobei im Resonanzfalle ein heller Funke auftrat. Die einzelnen Messungen stimmten gut überein. Die folgenden Bügelstellungen wurden z. B. abgelesen: 29, 35, 34, 32, 41, 30, 34, 34 cm. Die ganze Drahtlänge war durch Addition von 888 cm zu erhalten; d. h. die Messungen schwankten zwischen 917 und 929 cm, was weniger als 1,5 Proz. Unterschied entspricht.

Vorläufig wurde durch Änderung des Abstandes gezeigt, daß die lange Parallelleitung keine Rückwirkung auf den Erreger ausübte.

Als Resonanzwellenlänge erhielt ich  $\lambda/2 = 12750$  cm. Eine zweite Bestimmung mit der Leydener Flasche als Meßkondensator ergab  $\lambda/2 = 12500$  cm; als Mittelwert wurde  $\lambda/2 = 12600$  cm genommen.

1) Dies war früher nicht der Fall und es konnte sein, daß die bei  $\lambda = 70$  m gemessene Dielektrizitätskonstante des Glases wegen Dispersion nicht den richtigen Wert für die Kohärerversuche gab.

2) Auf Glimmer geklebt Stanniol mit feinem Trennungsschnitt.

$x_1$  ist durch

$$\frac{\pi}{12600} \operatorname{tg} \frac{\pi x_1}{12600} = \frac{1}{4.999 \cdot \log \frac{2,21}{0,05}}$$

gegeben, woraus

$$\frac{\pi x_1}{12600} = 14,8^\circ \text{ und } x_1 = 1035 \text{ cm}$$

folgt (während die Drahtlänge gleich 1053 cm ist).

Dieser Unterschied von etwa 2 Proz. dürfte innerhalb der Beobachtungsfehler fallen. Wir dürfen also sagen, daß in Systemen, deren Eigenperiode einer Wellenlänge von der Größenordnung 250 m entspricht und worin ein Kohärer vom Endwiderstand  $1 \Omega$  vorhanden ist, der Kohärer genau als Leiter wirkt. Wenn der Unterschied von 20 cm wirklich bestände, so ist er nur 0,3 Proz. der 63 m langen freien Drahtlänge, die als Empfänger für die gegebenen Wellen benutzt werden muß.

Es gelang nicht, bei den langen Wellen Resonanz mit hohem Endwiderstand —  $15-20 \Omega$  — nachzuweisen.<sup>1)</sup>

#### Resonanz mit mehreren Kontakten.

Eine Reihe von sechs Stahlkugeln von 5 mm Durchmesser (Fig. 5) lagen in einer etwas schief aufgestellten Glasröhre  $K$ , die am unteren Ende ein wenig verengt war. Ein Stück Kupfer-

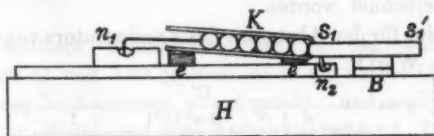


Fig. 5.

draht wurde an die oberste Kugel festgelötet und tauchte in ein Quecksilbernäpfchen. Das bewegliche, mit Blei  $B$  belastete Stahlstäbchen  $s_1 s_1'$  drückte mit seinem hemisphärischen Ende gegen die unterste Kugel, so daß das Stück Kupferdraht seinerseits gegen das Näpfchen drückte. Durch Klopfen an dem Holz, auf dem die Röhre festgemacht war, konnte man den

1) Einmal trat bei einem Endwiderstand von  $7 \Omega$  eine Resonanz, bez. Verschiebung des Resonanzpunktes auf, welcher etwa 2 Proz. Drahtzunahme wegen des Kohälers entsprochen hätte.

Anfangswiderstand auf einen bestimmten Wert, z. B. 1000  $\Omega$ , bringen. Kurze Drähte leiteten von den in der Figur gezeichneten Näpfchen  $n_1, n_2$  zu zwei nicht gezeigten Näpfchen, und in diese tauchte die 10 m lange Parallelleitung, deren Drähte sich in 1,5 cm Abstand befanden.

Es zeigte sich gute Resonanz für eine Wellenlänge, die reinem Leiterverhalten des Kohärers entsprach, indem die Kurve mit einer gleich nachher für einen Kontakt gefundenen Kurve zusammenfiel, und daß dieser sich als Leiter verhält, ist schon gezeigt worden. Die Wellenlänge war 40 m und der Endwiderstand war 1  $\Omega$  pro Kontakt.

Messungen mit Gesamtwiderstand gleich 120  $\Omega$ , d. h. 20  $\Omega$  pro Kontakt, ergaben keine Resonanz mehr. Ähnliche Beobachtungen mit nur zwei Kontakten, wobei der Anfangswiderstand jedes Kontaktes kontrolliert werden konnte, zeigten auch keine Resonanz. Eine Verkleinerung der Gesamtkapazität des Kohärers durch das Vorhandensein zweier hintereinander liegender Kapazitäten ist also nicht nachgewiesen worden.

#### Die wirkliche Kapazität des Kohärers.

Die Eigenperiode eines Paralleldrahtsystems, durch das ein Kondensator mit etwaiger Leitung sich entladet, ist von Drude<sup>1)</sup> berechnet worden.

Er findet für den Abstand  $x$  des Kondensators vom Potentialknoten den Wert<sup>2)</sup>

$$(1) \quad x = \frac{C'}{4 \log \frac{d}{R} \left\{ \frac{c^2}{w^2} + \frac{4 \pi^2 C'^2}{\lambda^2} \right\}} - \frac{1}{4 \log \frac{d}{R}},$$

$x$  ist als klein gegen  $\lambda$  angenommen. Es bedeutet

$C'$  = elektrostatische Kapazität (elektrostatisch gemessen).

$c$  = Lichtgeschwindigkeit.

$w$  = Widerstand des Kondensators.

Das  $x$  entspricht unserem  $\frac{1}{2} \{l - \lambda/2\}$  der ersten Reihen oder dem  $x$  von Fig. 4.

1) P. Drude, Wied. Ann. 61. p. 475. 1897.

2)  $\gamma$  wird gegen  $2\pi$  vernachlässigt.

Der Kohärer darf als ein leitender Kondensator betrachtet werden; nur hat er das Eigentümliche, daß der Widerstand  $w$  während des Resonanzprozesses ein veränderlicher ist, der nur zwischen gewissen Grenzen bestimmt werden kann. Die wirkliche Kapazität  $C'$  ist aus (1) zu berechnen, wenn wir für den mittleren Widerstand  $w$  eine Annahme machen. Dabei ergibt sich bei beobachteten  $x$  von vornherein eine Grenze für  $w$ , da für  $w=0$  auch  $x=0$  werden würde. Da aber die Gleichung (1) quadratisch in  $C'$  ist, so ergeben sich zu jedem  $x$  und  $w$  zwei mögliche Werte  $C'$ .

In Gruppe III und IV sind nun Versuche mit  $20\ \Omega$  Endwiderstand des Kohärrers gemacht. Dabei ergab sich  $x=70\text{ cm}$  bez.  $x=60\text{ cm}$ . Für verschiedene Annahmen des Kohärerwiderstandes  $w$  erhält man daher folgende Werte für  $C'$ .

$\lambda$	$x$	$w$	$C'$
38 m	70 cm	90 $\Omega$	270 oder 280
		140	440 „ 80
		$\infty$	500
63 m	60 cm	90	1000 oder 120
		140	1100 „ 70
		$\infty$	1500

Der mittlere Kohärerwiderstand  $w$  lag wahrscheinlich zwischen 90  $\Omega$  und 140  $\Omega$ , weil 90  $\Omega$  die untere Grenze für  $w$  ist, die dem beobachteten  $x$  entspricht, und weil 140  $\Omega$  das geometrische Mittel aus dem Anfangswiderstand (1000  $\Omega$ ) und dem Endwiderstand (20  $\Omega$ ) ist. Durch Vergleichung der Resultate, die mit Wellen von 38 m bez. 63 m erhalten sind, ersieht man, daß nur die kleinen Werte von  $C'$  annähernd für beide Systeme gleich sind. Weil aber die Anfangs- und Endwiderstände für beide Reihen (Gruppen III und IV) gleich sind, muß der Wert von  $C'$  in den zwei Fällen derselbe sein, d. h. für

$$\begin{array}{l} w = 140\ \Omega \quad C' = 75\text{ cm} \\ w = 90\ \Omega \quad C' = 170\text{ cm} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Mittelwerte aus den} \\ \text{zwei Gruppen} \end{array} \right\}$$

Danach muß  $C'$  wahrscheinlich zwischen 75 und 170 cm liegen. Dieser Wert besteht also für den Endwiderstand 20  $\Omega$ .

Wenn wir auch Fälle mit *anderen Endwiderständen* betrachten wollen, müssen wir bedenken, daß die Verkleinerung des Widerstandes mit Vergrößerung der rein elektrostatischen Kapazität verbunden sein kann.

Aus der Kapazität muß man eine obere Grenze für den Abstand zwischen den Kontaktflächen berechnen können, wie dies von Robinson<sup>1)</sup> geschehen ist. Wir betrachten die Kontaktstelle als Plattenkondensator und weil unsere elektrostatische Kapazität vielleicht viermal so groß wie die Kapazität von Robinson sein kann, so folgt als obere Grenze des Abstandes der Kontaktflächen ein Viertel seines Wertes, nämlich  $5 \cdot 10^{-5}$  mm.

Man kann die Schärfe der Resonanz in Fällen vergleichen, indem man die prozentische Widerstandsänderung für irgend eine prozentische Änderung der Wellenlänge (in der Nähe von der Resonanzlage) vergleicht. In Fig. 3 A z. B. wird ein doppelter Widerstand erreicht, wenn man aus der Resonanzlage eine Abzissenverschiebung von etwa  $\frac{1}{11} \lambda$  nach rechts, von etwa  $\frac{1}{20} \lambda$  nach links vornimmt. — Mittelwert etwa  $\frac{1}{15} \lambda$ . In Fig. 3 B dagegen wird der Widerstand durch solche Wellenlängenänderung nur anderthalbmal so groß. Ein ähnliches Verhältnis besteht zwischen den Kurven in Gruppe IV. Bei kleinem Endwiderstand wird der Widerstand für die Verschiebung  $\frac{1}{15} \lambda$  mehr wie verdoppelt; bei Endwiderstand  $20 \Omega$  wird er wieder nur anderthalbmal so groß. Bei noch höherem Endwiderstand hat man gar keine Resonanz mehr. *Vergrößerung des Endwiderstandes entspricht also einer sehr bedeutenden Verschlechterung der Resonanz.*

Dieser Effekt ist theoretisch erklärlich, wenn wir z. B. den Wert für  $q$ , die Amplitude der am Kondensator reflektierten Welle, aus der erwähnten Arbeit von Drude entnehmen:

$$q^2 = \frac{a^3 + b^3 + 1 - 2a}{a^3 + b^3 + 1 + 2a},$$

worin ist

$$a = 4 \log \frac{d}{R} \cdot \frac{c}{w}^2$$

1) Vgl. P. E. Robinson, Inaug.-Diss. Gießen, p. 54. 1903.

2) Das kleine  $\gamma$ -Glied wird vernachlässigt.

und

$$b = 4 \log \frac{d}{R} \cdot 2 \pi \frac{C'}{\lambda};$$

wenn wir  $w = 140 \, \Omega$  und  $C' = 70 \, \text{cm}$  nehmen (vgl. p. 987), so ergibt sich  $\rho = 0,53$ ; für  $w = 90 \, \Omega$  und  $C' = 170 \, \text{cm}$  ist  $\rho = 0,73$ . Für Werte von  $\rho$  zwischen diesen Grenzen ist gute Resonanz nicht zu erwarten.<sup>1)</sup> Dagegen für den Endwiderstand  $1 \, \Omega$  muß der mittlere Widerstand während des Resonanzprozesses kleiner sein — vielleicht  $20 \, \Omega$  oder weniger. Für diesen Wert von  $w$  erhält man unter der Annahme, daß  $C'$  wieder ungefähr gleich  $100$  zu nehmen ist,  $\rho = 0,90$ . Wenn andererseits die Kapazität des Kohärrers dem Widerstand umgekehrt proportional ist, hat man  $C'$  etwa  $500$  und  $\rho = 0,91$ . Diese Werte entsprechen ziemlich guter Reflexion. Es besteht also ein bedeutender Unterschied zwischen den zwei Fällen (Endwiderstand gleich  $1 \, \Omega$  und Endwiderstand gleich  $20 \, \Omega$ ) und dieser Unterschied wird durch Änderung des gewählten Wertes für die Kohärrerkapazität sehr wenig beeinflußt.

Der Wert von  $\rho$  ist nicht nur für sehr kleine, sondern auch für sehr große Endwiderstände (und damit sehr große mittlere Widerstände) groß. Es ist also in dieser Hinsicht denkbar, daß ein Kohärer von *sehr* großem mittleren Widerstand — z. B.  $5000 \, \Omega$  — resonanzfähig sei. Da aber die Robinsonsche kritische Spannung von  $0,4 \, \text{Volt}$  doch erst erreicht werden muß, um einen Effekt überhaupt zu haben, so wird wahrscheinlich der Anfangs- bez. Endwiderstand immer in das Gebiet der schlechten Resonanz heruntergebracht.

#### Versuche mit offenen Systemen.

##### Eigenperiode eines offenen Systems.

Um Kohärrerresultate, die mit paralleler Leitung erhalten sind, auf offene Systeme übertragen zu können, wurde eine Vergleichung eines geraden Drahtsystems, das in der Mitte eine Kapazität enthielt, mit einer Parallelleitung durchgeführt, welche an einem Ende eine Kapazität enthielt, weil der Lauf der Kraftlinien und daher die Selbstinduktion nicht genau für ein gerades System bekannt ist.

1) Vgl. P. Drude, l. c. p. 489.

Der Erreger für diese Vergleichung, die mit Wellen von 5—10 m Länge vorgenommen wurde, war ein einfacher Kreis, der mit kleinen Erregerplatten verbunden war. Um die 5 m langen Wellen zu erzeugen, mußten diese Platten in Luft sein.

Die Einzeldraht- bez. Parallelleitung (*E*-System bez. *P*-System) wurde in einem Abstand von etwa 5 cm oberhalb des Erregers aufgespannt. Resonanz wurde durch Verstellen der Erregerplatten erreicht und mittels Leuchtens einer Vakuumröhre beobachtet, die sich in der Nähe der freien Enden des Sekundärsystems befand. Rückwirkung des Empfängers auf den Erreger war nicht vorhanden.

Mit verschiedenen Kondensatoren wurden Messungen im Sekundärkreis gemacht. Die Beobachtungen mit *P*-System wurden zur Aufstellung einer Eichkurve benutzt, die die Wellenlängen des Erregers für verschiedene Abstände gab. Hieraus fand man die Wellenlängen für Resonanzlagen des *E*-Systems.<sup>1)</sup> Mittelwerte von sechs Einstellungen der beweglichen Erregerplatte sind für verschiedene Kapazitäten in der folgenden Tabelle gegeben. Die Drahtlänge war 508 cm.

Kapazität im Sekundärkreis	Einstellung		Wellenlängen		Differenz in $\frac{1}{2} \lambda$
	<i>E</i> -System	<i>P</i> -System	<i>P</i> -System	<i>E</i> -System	
$\infty$ <sup>2)</sup>	5,78	6,58	508	530	22
171	6,21	7,33	494	517	23
64,3	7,00	8,34	472	500	28
39,1	7,30	9,52	448	493	45
14,8	9,14	14,4	386	455	69
0	14,3	19,7	254	274	20

Die Zahlen in Kolumne 4 der Tabelle wurden mit Hilfe der Kirchhoffschen Formel berechnet. Diese Zahlen geben mit den Abständen in Kolumne 3 eine Eichkurve, woraus die Wellenlängen in Kolumne 5 gewonnen wurden.

1) Die Parallelleitung mit freien Enden verhielt sich wie die Hälfte einer doppelt so langen Leitung mit zwei Brücken, worin  $l = \lambda$ , abgesehen von einer  $\frac{1}{2}$  proz. Korrektur (hierüber vgl. M. Abraham, Wied. Ann. 66. p. 468. 1898). Dies wurde durch einen direkten Versuch nachgewiesen.

2) Drahtenden leitend verbunden.



Auffallend ist die Abweichung von der Beziehung  $l = \frac{1}{2} \lambda$ , welche beim offenen System ohne Kapazität stattfindet. Die von Abraham berechnete Endkorrektur ist nur etwa  $\frac{1}{2}$  Proz. und ist für beide Systeme einzusetzen; der Unterschied ist also nicht dadurch zu erklären, vielmehr sieht man hier den Einfluß der vergrößerten Drahtkapazität im  $E$ -System wegen der Nähe des Erdbodens, der Zimmerwände etc.<sup>1)</sup> Es zeigte sich allerdings dieselbe Wellenvergrößerung — etwa 20 cm — wenn der 508 cm lange Draht entweder in der Nähe einer Wand oder mitten im Zimmer ausgespannt wurde. Ebenfalls mit einem Draht von 254 cm — bei  $C = 0$  in der Tabelle — war die Vergrößerung 20 cm, und auch nicht von der Lage im Zimmer abhängig. Der Effekt beträgt also etwa 4 Proz. für den langen Draht, dagegen 8 Proz. für den kurzen.

	Draht- länge	$\frac{\lambda}{2}$	Korrektion %	Draht- länge	$\frac{\lambda}{2}$	Korrektion %
In der Nähe von der Wand	508	529	4,2	254	274	8
Mitten im Zimmer	509	533	4,8	254	274	8

Weil in diesen zwei Grenzfällen ( $C = \infty$  und  $C = 0$ ) die Halbwellenlänge 20 cm größer ist, als zu erwarten war, dürfen wir auch annehmen, daß für die Fälle mit Kondensatoren, wobei  $\lambda/2$  immer zwischen 500 und 250 cm liegt, die Halbwellenlänge für das  $E$ -System auch um 20 cm kleiner wäre, wenn kein Einfluß der Erde auf das System ausgeübt wurde.

#### Der Kohärer am freien Ende.

Einer der früher angewendeten 10 m langen Drähte wurde entfernt, so daß der Kohärer sich am freien Ende eines einzigen Drahtes befand. Es sollte das Ergebnis von Kiebitz<sup>2)</sup>, nämlich daß in diesem Fall ein gewisser Grad von Resonanz für  $l = \frac{1}{4} \lambda$  eintrat, auch für längere Wellen als sie Kiebitz

1) Vgl. auch P. Drude, Ann. d. Phys. 11. p. 965. 1903.

2) F. Kiebitz, l. c. p. 750.

verwendete, geprüft werden. Mit dem 10 m langen Drahte und in gleicher Weise später mit einem 2,5 m langen Drahte wurde aber gar keine Resonanz gefunden.

#### Vergleichung zweier offenen Systeme.

Um zu sehen, inwiefern das obige Ausbleiben der Resonanz durch die Lage des Kohärers am Drahtende, oder durch die offene Gestalt des Systems selbst bedingt war, untersuchte ich zunächst die Resonanz, als der Kohärer in der Mitte eines Einzeldrahtsystems sich befand. Zu diesem Zweck wurde der

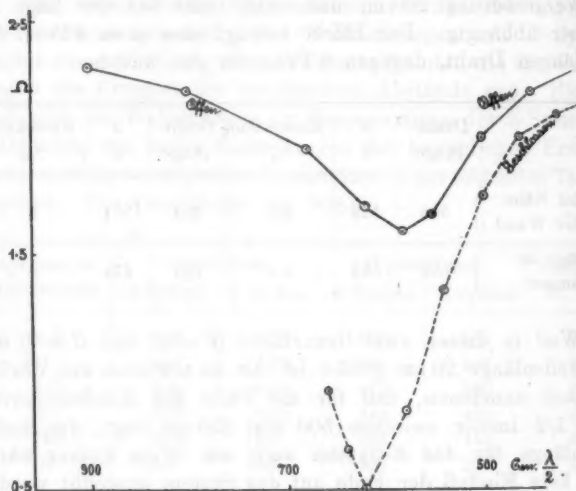


Fig. 6.

Kohärer auf einer anderen Steintafel aufgestellt, so daß Drähte von beiden Seiten angebracht werden konnten. Dieses System ( $E$ ) wurde mit dem Halbsystem ( $E'$ ) — Kohärer am freien Ende — verglichen. Es zeigte sich, daß im Resonanzgebiet des  $E$ -Systems der Widerstand dieses auf einen halb so großen Wert, wie der des  $E'$ -Systems fiel; und auch außerhalb dieses Gebietes zeigte  $E'$  immer einen etwas größeren Widerstand als  $E$  für dieselbe Koppelung.

Erregerplatten- abstand in mm	System (E) $\Omega$	$\frac{1}{2}$ -System (E') $\Omega$	$\frac{\lambda}{2}$ 1)	Verhältnis $\frac{E'}{E}$
3,8	1,8	2,9	1080 cm	1,65
20,0	0,71	1,4	540	1,97
25,0 (Luft)	0,86	1,1	360	1,28

Es zeigte sich also Resonanz — allerdings nur schwach, wie auch aus den Beobachtungen Robinsons hervorgeht — wenn sich der Kohärer in der Mitte des geradlinigen Systems befand. Daß die Resonanz so viel undeutlicher wie bei der Parallelleitung ist, ist der viel größeren Strahlung zuzuschreiben. Dies wird noch deutlicher aus Fig. 6, welche die Resonanzkurve enthält von dem  $E$ -System (offen) und einer früheren Parallelleitung (geschlossen).

#### Zusammenfassung der Resultate.

1. Ein Kohärer, der aus einem einzigen Kontakt besteht und dessen Anfangswiderstand  $1000 \Omega$  — oder weniger — und dessen Endwiderstand von der Größenordnung  $1 \Omega$  ist, verhält sich für Wellen, die länger als 40 m sind, als Leiter, oder als unendlich große Kapazität.

2. Für einen Endwiderstand von  $10-15 \Omega$  aufwärts zeigt der Kohärer eine endliche Kapazität, so daß für Wellen von 40–70 m Länge beim Endwiderstand 20 Ohm die Länge eines einzelnen Drahtes der Leitung etwa 70 cm länger ist als die Viertelwellenlänge.

3. Die scheinbare Kapazität des Kohärers beträgt daher 500 cm für 40 m lange Wellen, 1500 cm für 70 m lange Wellen.

4. Dieser scheinbare Wert der Kapazität entspricht einem rein elektrostatischen Wert von 70–170 cm, bei einem mittleren Widerstand des Kohärers von ca. 100 Ohm.

5. Eine Reihe von Kontakten verhält sich als ein Leiter für einen Endwiderstand von  $1 \Omega$  pro Kontakt.

6. Die Schärfe der Resonanz ist viel schlechter bei hohem Endwiderstand. Dies steht in Einklang mit den Werten des Reflexionskoeffizienten  $\rho$ , die man aus dem berechneten mittleren Widerstand und der dazugehörigen Kapazität ableitet.

1) Näherungswert.

7. Mit dem Kohärer an einem freien Ende konnte Resonanz weder mit Wellen von 20—40 m, noch mit Wellen von 5—10 m Länge nachgewiesen werden.

8. Die Resonanz ist in einem offenen Kohärerkreis viel weniger scharf, wie in einer Paralleldoppelleitung. Ein Beispiel für Wellen von 10 m Länge zeigte für das Parallelsystem einen Resonanzwiderstand, der etwa  $\frac{1}{4}$  des Widerstandes außerhalb des Resonanzgebietes betrug. Dagegen wurde der Resonanzwiderstand bei offenem System nur etwa  $\frac{2}{3}$  des Nichtresonanzwiderstandes.

9. Enthält eine geradlinige, frei endigende Drahtleitung in der Mitte einen Kondensator  $C$ , so ist die Eigenperiode größer (vgl. Tabelle p. 990), als wenn die Drahtleitung zu einer Parallelleitung gebogen wird, an deren einem Ende der Kondensator  $C$  hängt, während das andere Ende offen ist.

10. Die halbe Eigenwellenlänge eines 5 m langen geradlinigen Drahtes ist 4 Proz. größer, eines 2,5 m langen Drahtes ist 8 Proz. größer als die Drahtlänge. Dies erklärt sich durch vergrößerte Kapazität der Drahtenden wegen der umgebenden Körper. (Leiter oder Dielektrika.)

(Eingegangen 22. Juni 1904.)

6. Zur Nernst-Planck'schen Theorie über die Potentialdifferenz zwischen verdünnten Lösungen;  
von K. R. Johnson.

Die Berechnung der Potentialdifferenz zwischen elektrolytischen Lösungen hat Hr. Planck auf den Fall beschränkt, wo sämtliche Ionen  $n$ -wertig sind, und fügt bezüglich des allgemeinen Falles nur die Bemerkung hinzu, daß dabei die Berechnung aus rein mathematischen Gründen erheblich schwieriger ist.<sup>1)</sup> Eine erweiterte Behandlung dieser Aufgabe scheint jetzt immer mehr nötig zu werden, und eine solche beabsichtigt auch die vorliegende Darstellung.

$$(I) \quad \begin{cases} R \frac{\partial^2 c'}{\partial x^2} + p \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left( c' \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = 0, \\ R \frac{\partial^2 c''}{\partial x^2} + m \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left( c'' \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = 0, \\ R \frac{\partial^2 \bar{c}'}{\partial x^2} - q \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{c}' \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = 0, \\ R \frac{\partial^2 \bar{c}''}{\partial x^2} - n \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{c}'' \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = 0, \\ p c' + m c'' = q \bar{c}' + n \bar{c}'', \end{cases}$$

deren Bedeutung aus der erwähnten Arbeit von Hrn. Planck hervorgeht.

$R$  bezeichnet hier den osmotischen Druck,  $\varepsilon$  die elektrische Ladung eines einwertigen positiven Ions,  $p$  und  $q$  sind die Wertigkeiten bei den positiven und negativen Ionen des einen Elektrolyten, und  $m$  und  $n$  die Wertigkeiten bei den Ionen des anderen Elektrolyten;  $c'$  und  $\bar{c}'$  bedeuten die Anzahl positiver und negativer Ionen per Volumeneinheit im Punkte  $x$  der Grenzschichte, und  $c''$  und  $\bar{c}''$  die entsprechenden Zahlen des anderen Elektrolyten.  $\varphi$  ist das Potential im Punkte  $x$ . Übrigens ist es nicht nötig, die Voraussetzungen

1) M. Planck, Wied. Ann. 40. p. 561. 1890.

hier zu wiederholen, sondern es genügt, auf die erwähnte Arbeit hinzuweisen.<sup>1)</sup>

Der Kürze halber wird die Bezeichnung  $k = \varepsilon/R$  eingeführt und die erste Integration der Gleichungen (I) ergibt

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{dc'}{dx} + pkc' \frac{d\varphi}{dx} = A_1, \\ \frac{dc''}{dx} + mkc'' \frac{d\varphi}{dx} = A_2, \\ \frac{d\bar{c}'}{dx} - qh\bar{c}' \frac{d\varphi}{dx} = B_1, \\ \frac{d\bar{c}''}{dx} - nh\bar{c}'' \frac{d\varphi}{dx} = B_2, \end{cases}$$

welche Gleichung bei der zweiten Integration die folgenden Integrale liefern:

$$(2) \quad \begin{cases} c' = e^{-pk\varphi} \left[ \alpha_1 + A_1 \int e^{pk\varphi} dx \right], \\ c'' = e^{-mk\varphi} \left[ \alpha_2 + A_2 \int e^{mk\varphi} dx \right], \\ \bar{c}' = e^{qh\varphi} \left[ \beta_1 + B_1 \int e^{-qh\varphi} dx \right], \\ \bar{c}'' = e^{nh\varphi} \left[ \beta_2 + B_2 \int e^{-nh\varphi} dx \right]. \end{cases}$$

Weil die Gleichungen als unabhängig von der Zeit betrachtet werden, so können wir  $\varphi$  als die unabhängige Variable betrachten und bezeichnen die Differentiation bezüglich  $\varphi$  mit  $D$ . Die Gleichungen (1) lassen sich mithin folgenderweise schreiben:

$$(3) \quad \begin{cases} (D + pk)c' = A_1 Dx, \\ (D + mk)c'' = A_2 Dx, \\ (D - qh)\bar{c}' = B_1 Dx, \\ (D - nh)\bar{c}'' = B_2 Dx. \end{cases}$$

Weiter verwenden wir auf die Gleichungen (3) einmal die Operatoren  $D - pk$ ,  $D - mk$ ,  $D + qh$ ,  $D + nh$ , und ein anderes Mal die Operatoren  $D^2 - pkD + p^2k^2$ ,  $D^2 - mkD + m^2k^2$ ,  $D^2 + qhD + q^2h^2$ ,  $D^2 + nhD + n^2h^2$ , und erhalten dabei

1) Vgl. l. c. p. 562—564.

$$(4) \quad \begin{cases} (D^3 - p^3 k^3) c' = A_1 (D^3 - p k D) x, \\ (D^3 - m^3 k^3) c'' = A_2 (D^3 - m k D) x, \\ (D^3 - q^3 k^3) \bar{c}' = B_1 (D^3 + q k D) x, \\ (D^3 - n^3 k^3) \bar{c}'' = B_2 (D^3 + n k D) x, \end{cases}$$

und

$$(5) \quad \begin{cases} (D^3 + p^3 k^3) c' = A_1 (D^3 - p k D^3 + p^3 k^3 D) x, \\ (D^3 + m^3 k^3) c'' = A_2 (D^3 - m k D^3 + m^3 k^3 D) x, \\ (D^3 - q^3 k^3) \bar{c}' = B_1 (D^3 + q k D^3 + q k D) x, \\ (D^3 - n^3 k^3) \bar{c}'' = B_2 (D^3 + n k D^3 + n k D) x, \end{cases}$$

Durch Summieren der Gleichungen (3) und nachfolgendes Integrieren der Summationsgleichung erhält man

$$(6) \quad c' + c'' + \bar{c}' + \bar{c}'' = (A_1 + A_2 + B_1 + B_2) x + K.$$

Weiter erhält man durch Summieren der Gleichungen (3) nach vormaligem Multiplizieren mit  $p, m, -q, -n$  die Gleichung:

$$(7) \quad k(p^3 c' + m^3 c'' + q^3 \bar{c}' + n^3 \bar{c}'') = (A_1 p + A_2 m - B_1 q - B_2 n) D x,$$

und durch ähnliche Behandlung der Gleichungen (4) und (5) erhält man

$$(8) \quad \begin{cases} k^2 (-p^3 c' - m^3 c'' + q^3 \bar{c}' - n^3 \bar{c}'') \\ = [A_1 p (D^3 - p k D) + A_2 m (D^3 - m k D) \\ - B_1 q (D^3 + q k D) - B_2 n (D^3 + n k D)] x \end{cases}$$

und

$$(9) \quad \begin{cases} k^3 (p^4 c' + m^4 c'' + q^4 \bar{c}' + n^4 \bar{c}'') = [A_1 p (D^3 - p k D^3 + p^3 k^3 D) \\ + A_2 m (D^3 - m k D^3 + m^3 k^3 D) - B_1 q (D^3 + q k D^3 + q^3 k^3 D) \\ - B_2 n (D^3 + n k D^3 + n^3 k^3 D)] x. \end{cases}$$

Die Anfangsgleichung  $p c' + m c'' - q \bar{c}' - n \bar{c}'' = 0$  mitgenommen, haben wir also zusammen fünf Gleichungen (I), (6), (7), (8), (9), welche die Konzentrationen nur im linken Gliede linear enthalten, und aus diesen fünf Gleichungen kann man folglich die Konzentrationen eliminieren, was z. B. in der Weise ausgeführt werden kann, daß die fraglichen Gleichungen mit

$$\lambda_1 = k^3 [p m (q + n) - q n (p + m)],$$

$$\lambda_2 = k^3 p q m n,$$

$$\lambda_3 = k^2 [p m - p q - p n + n q - m n - m q],$$

$$\lambda_4 = k [p + m - n - q],$$

$$\lambda_5 = 1$$

multipliziert und nachdem addiert werden, wobei die Koeffizienten der Konzentrationen verschwinden und das rechte Glied die folgende Form erhält

$$(10) \quad 0 = (D^3 + P_1 D^2 + P_2 D + P_3)(x + x_0),$$

wo  $P_1$ ,  $P_2$  und  $P_3$  Konstanten sind, und ebenso

$$x_0 = \frac{K}{A_1 + A_2 + B_1 + B_2}.$$

Es ist durchaus nicht nötig, die Koeffizienten  $P_1$ ,  $P_2$  und  $P_3$  zu ermitteln; man braucht nur zu konstatieren, daß die Lösung der Differentialgleichung (10) lautet

$$(11) \quad x + x_0 = C_1 e^{r_1 \varphi} + C_2 e^{r_2 \varphi} + C_3 e^{r_3 \varphi},$$

wo  $r_1$ ,  $r_2$  und  $r_3$  die übrigens unbestimmten Wurzeln der algebraischen Gleichung

$$(12) \quad \varrho^3 + P_1 \varrho^2 + P_2 \varrho + P_3 = 0$$

bedeuten.

Aus der Gleichung (11) erhält man

$$dx = (C_1 r_1 e^{r_1 \varphi} + C_2 r_2 e^{r_2 \varphi} + C_3 r_3 e^{r_3 \varphi}) d\varphi$$

und beim Eintragen dieses Wertes von  $dx$  in die Integralgleichungen (2) werden die Konzentrationen folgenderweise ausgedrückt:

$$(13) \quad \begin{cases} c' = \alpha_1 e^{-pk\varphi} + A_1 \left\{ \frac{C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 + pk} + \frac{C_2 r_2 e^{r_2 \varphi}}{r_2 + pk} + \frac{C_3 r_3 e^{r_3 \varphi}}{r_3 + pk} \right\}, \\ c'' = \alpha_2 e^{-mk\varphi} + A_2 \left\{ \frac{C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 + mk} + \frac{C_2 r_2 e^{r_2 \varphi}}{r_2 + mk} + \frac{C_3 r_3 e^{r_3 \varphi}}{r_3 + mk} \right\}, \\ \bar{c}' = \beta_1 e^{qk\varphi} + B_1 \left\{ \frac{C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 - qk} + \frac{C_2 r_2 e^{r_2 \varphi}}{r_2 - qk} + \frac{C_3 r_3 e^{r_3 \varphi}}{r_3 - qk} \right\}, \\ \bar{c}'' = \beta_2 e^{nk\varphi} + B_2 \left\{ \frac{C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 - nk} + \frac{C_2 r_2 e^{r_2 \varphi}}{r_2 - nk} + \frac{C_3 r_3 e^{r_3 \varphi}}{r_3 - nk} \right\}. \end{cases}$$

Wenn der Wert von  $x$  in der Gleichung (11) in die Formel (6) eingesetzt wird, so ergibt sich

$$c' + c'' + \bar{c}' + \bar{c}'' = (A_1 + A_2 + B_1 + B_2)(C_1 e^{r_1 \varphi} + C_2 e^{r_2 \varphi} + C_3 e^{r_3 \varphi}),$$

und weil eine damit identische Gleichung sich durch Summieren der Gleichungen (13) ergeben muß, so findet man

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = 0, \quad \beta_1 = 0, \quad \beta_2 = 0$$



und übrigsens drei Gleichungen von der Form

$$(14) \quad \frac{A_1 q}{q + p k} + \frac{A_2 q}{q + m k} + \frac{B_1 q}{q - q k} + \frac{B_2 q}{q - n k} = A_1 + A_2 + B_1 + B_2,$$

nämlich die drei Gleichungen, die man beim Ersetzen von  $q$  mit  $r_1$ ,  $r_2$  und  $r_3$  erhält. Die Gleichung (14) ist mit der Gleichung (12) identisch und die Lösungen der Differentialgleichungen (I) sind demzufolge außer der Bedingungsgleichung (14) die folgenden:

$$(15) \quad \begin{cases} x + x_0 = C_1 e^{r_1 \varphi} + C_2 e^{r_2 \varphi} + C_3 e^{r_3 \varphi}, \\ c' = A_1 \left[ \frac{C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 + p k} + \frac{C_2 r_2 e^{r_2 \varphi}}{r_2 + p k} + \frac{C_3 r_3 e^{r_3 \varphi}}{r_3 + p k} \right], \\ c'' = A_2 \left[ \frac{C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 + m k} + \frac{C_2 r_2 e^{r_2 \varphi}}{r_2 + m k} + \frac{C_3 r_3 e^{r_3 \varphi}}{r_3 + m k} \right], \\ \bar{c}' = B_1 \left[ \frac{C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 - q k} + \frac{C_2 r_2 e^{r_2 \varphi}}{r_2 - q k} + \frac{C_3 r_3 e^{r_3 \varphi}}{r_3 - q k} \right], \\ \bar{c}'' = B_2 \left[ \frac{C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 - n k} + \frac{C_2 r_2 e^{r_2 \varphi}}{r_2 - n k} + \frac{C_3 r_3 e^{r_3 \varphi}}{r_3 - n k} \right]. \end{cases}$$

In dem von Hrn. Planck ausführlich behandelten Falle  $p = q = m = n$  vereinfacht sich die Gleichung (14) zu einer Gleichung des ersten Grades und dabei fallen die  $r_2$  und  $r_3$  enthaltenden Glieder aus den Gleichungen (15) weg. Dasselbe trifft auch zu, wenn man nur  $p = m$  und  $q = n$  setzt, d. h. wenn einerseits die positiven Ionen miteinander gleichwertig sind und andererseits auch die negativen Ionen der beiden Lösungen miteinander gleichwertig sind. Wir setzen im folgenden voraus, daß die Lösung der oben angegebenen Art ist, d. h.

$$\underline{p = m \quad \text{und} \quad q = n.}$$

Daher ergibt sich aus der Gleichung (14)

$$\frac{(A_1 + A_2) q}{q + p k} + \frac{(B_1 + B_2) q}{q - q k} = A_1 + A_2 + B_1 + B_2$$

und man erhält mithin

$$(14a) \quad q = r_1 = \frac{k p q (A_1 + A_2 + B_1 + B_2)}{(A_1 + A_2) p - (B_1 + B_2) q}$$

und die Gleichungen (15) gehen in die folgenden über

$$(15a) \quad \begin{cases} x + x_0 = C_1 e^{r_1 \varphi}, \\ c' = \frac{A_1 C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 + p k} = \frac{A_1 r_1 (x + x_0)}{r_1 + p k}, \\ c'' = \frac{A_2 C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 + p k} = \frac{A_2 r_1 (x + x_0)}{r_1 + p k}, \\ \bar{c}' = \frac{B_1 C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 - q k} = \frac{B_1 r_1 (x + x_0)}{r_1 - q k}, \\ \bar{c}'' = \frac{B_2 C_1 r_1 e^{r_1 \varphi}}{r_1 - q k} = \frac{B_2 r_1 (x + x_0)}{r_1 - q k}. \end{cases}$$

Wir bezeichnen die Konzentration der positiven Ionen bei der ersten Lösung mit  $c_1$  und die Konzentration der positiven Ionen bei der zweiten Lösung mit  $c_2$ , und  $\bar{c}_1$  und  $\bar{c}_2$  bedeuten die entsprechenden Konzentrationen der negativen Ionen. Die Grenzbedingungen sind demzufolge

$$c_1 = (c' + c'')_{x=0} \quad \text{und} \quad \bar{c}_1 = (\bar{c}' + \bar{c}'')_{x=0},$$

$$c_2 = (c' + c'')_{x=\delta} \quad \text{und} \quad \bar{c}_2 = (\bar{c}' + \bar{c}'')_{x=\delta},$$

oder zufolge der Gleichung (15a)

$$(16) \quad \begin{cases} c_1 = \frac{(A_1 + A_2) r_1 x_0}{r_1 + p k}, & \bar{c}_1 = \frac{(B_1 + B_2) r_1 x_0}{r_1 - q k}, \\ c_2 = \frac{(A_1 + A_2) r_1 (\delta + x_0)}{r_1 + p k}, & \bar{c}_2 = \frac{(B_1 + B_2) r_1 (\delta + x_0)}{r_1 - q k}, \end{cases}$$

oder

$$(16a) \quad \begin{cases} A_1 + A_2 = \frac{(c_2 - c_1)(r_1 + p k)}{r_1 \delta}, \\ B_1 + B_2 = \frac{(\bar{c}_2 - \bar{c}_1)(r_1 - q k)}{r_1 \delta}, \\ x_0 = \frac{c_1 \delta}{c_2 - c_1} = \frac{\bar{c}_1 \delta}{\bar{c}_2 - \bar{c}_1}. \end{cases}$$

Weiter sind die Grenzbedingungen

$$x_0 = C_1 e^{r_1 \varphi_1} \quad \text{und} \quad \delta + x_0 = C_1 e^{r_1 \varphi_2}$$

zu erfüllen, die mit Hilfe der dritten Gleichung (16a)

$$(17) \quad \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{r_1} \log \left( \frac{c_2}{c_1} \right) \quad \text{oder} \quad \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{r_1} \log \left( \frac{\bar{c}_2}{\bar{c}_1} \right).$$

Wir setzen voraus, daß kein Strom durch die Lösung fließt und erhalten dafür die Bedingung

$$(18) \quad \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{1}{k} \cdot \frac{\frac{d}{dx}(pU - qV)}{p^2U + q^2V},$$

wo  $U$  und  $V$  die Summen  $u'c' + u''c''$  und  $v'c' + v''c''$  bedeuten.<sup>1)</sup>

Die Gleichungen (I) ergeben

$$(19) \quad \begin{cases} \frac{dU}{dx} + pkU \frac{d\varphi}{dx} = A_1 u' + A_2 u'', \\ \frac{dV}{dx} - qkV \frac{d\varphi}{dx} = B_1 v' + B_2 v''. \end{cases}$$

Aus den Gleichungen (19) erhält man

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(pU - qV) + k(p^2U + q^2V) \frac{d\varphi}{dx} \\ = pA_1(u' + A_2 u'') - q(B_1 v' + B_2 v'') \end{aligned}$$

und zufolge der Gleichung (18) hat man mithin

$$p(A_1 u' + A_2 u'') = q(B_1 v' + B_2 v'') = C$$

und demgemäß erhält man aus (19)

$$(19a) \quad \begin{cases} \frac{dU}{dx} + pkU \frac{d\varphi}{dx} = \frac{C}{p}, \\ \frac{dV}{dx} - qkV \frac{d\varphi}{dx} = \frac{C}{q}. \end{cases}$$

Weiter ergibt sich der ersten Gleichung (15a)

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{r_1(x + x_0)} = \frac{c_2 - c_1}{r_1[(c_2 - c_1)x + c_1\delta]},$$

wenn  $x_0$  aus den Gleichungen (16a) entnommen, und daraus kommt

$$(19b) \quad \begin{cases} \frac{dU}{dx} + U \cdot \frac{pk(c_2 - c_1)}{r_1[(c_2 - c_1)x + c_1\delta]} = \frac{C}{p}, \\ \frac{dV}{dx} - V \cdot \frac{qk(c_2 - c_1)}{r_1[(c_2 - c_1)x + c_1\delta]} = \frac{C}{q} \end{cases}$$

1) Vgl. l. c. p. 561.

und durch Integration

$$\begin{cases} U \cdot [(c_2 - c_1)x + c_1 \delta]^{\frac{pk}{r_1}} = \frac{C}{p} \frac{[(c_2 - c_1)x + c_1 \delta]^{1 + \frac{pk}{r_1}}}{\left(1 + \frac{pk}{r_1}\right)(c_2 - c_1)} + K_1, \\ V \cdot [(c_2 - c_1)x + c_1 \delta]^{-\frac{qk}{r_1}} = \frac{C}{q} \cdot \frac{[(c_2 - c_1)x + c_1 \delta]^{1 - \frac{qk}{r_1}}}{\left(1 - \frac{qk}{r_1}\right)(c_2 - c_1)} + K_2 \end{cases}$$

oder, wenn die Integrationskonstanten mittels der Grenzbedingungen  $U=U_1$  und  $V=V_1$  bei  $x=0$  und  $U=U_2$  und  $V=V_2$  bei  $x=\delta$  eliminiert werden:

$$(20) \begin{cases} U_2 [c_2 \delta]^{\frac{pq}{r_1}} - U_1 [c_1 \delta]^{\frac{pq}{r_1}} = \frac{C}{p} \frac{(c_2 \delta)^{1 + \frac{pk}{r_1}} - (c_1 \delta)^{1 + \frac{pk}{r_1}}}{\left(1 + \frac{pk}{r_1}\right)(c_2 - c_1)}, \\ V_2 [c_2 \delta]^{-\frac{qk}{r_1}} - V_1 [c_1 \delta]^{-\frac{qk}{r_1}} = \frac{C}{q} \frac{(c_2 \delta)^{1 - \frac{qk}{r_1}} - (c_1 \delta)^{1 - \frac{qk}{r_1}}}{\left(1 - \frac{qk}{r_1}\right)(c_2 - c_1)}. \end{cases}$$

Wird die Konstante  $C$  durch Division aus den beiden Gleichungen (20) eliminiert, so ergibt sich zuletzt die Gleichung

$$\begin{aligned} & \frac{U_2 \cdot \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{pk}{r_1}} - U_1}{V_2 - V_1 \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{qk}{r_1}}} \cdot (c_1 \delta)^{\frac{pk}{r_1}} \cdot (c_2 \delta)^{\frac{qk}{r_1}} \\ &= \frac{q}{p} \cdot \frac{1 - \frac{qk}{r_1}}{1 + \frac{pk}{r_1}} \cdot \frac{\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{1 + \frac{pk}{r_1}} - 1}{\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{1 - \frac{qk}{r_1}} - 1} \cdot \frac{(c_1 \delta)^{1 + \frac{pk}{r_1}}}{(c_1 \delta)^{1 - \frac{qk}{r_1}}} \end{aligned}$$

oder

$$\frac{U_2 \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{pk}{r_1}} - U_1}{V_2 - V_1 \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{\frac{qk}{r_1}}} = \frac{q}{p} \cdot \frac{1 - \frac{qk}{r_1}}{1 + \frac{pk}{r_1}} \cdot \frac{\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{1 + \frac{pk}{r_1}} - 1}{\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{1 - \frac{qk}{r_1}} - 1} \cdot \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{-\frac{qk}{r_1}}$$

oder mit Berücksichtigung der Gleichung (17)

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{U_2 e^{p k (\varphi_2 - \varphi_1)} - U_1}{V_2 - V_1 e^{q k (\varphi_2 - \varphi_1)}} &= \frac{q}{p} \cdot \frac{\log \left( \frac{c_2}{c_1} \right) - q k (\varphi_2 - \varphi_1)}{\log \left( \frac{c_2}{c_1} \right) + p k (\varphi_2 - \varphi_1)} \\ &\quad \cdot \frac{\frac{c_2}{c_1} \cdot e^{p k (\varphi_2 - \varphi_1)} - 1}{\frac{c_2}{c_1} - e^{q k (\varphi_2 - \varphi_1)}}. \end{aligned} \right.$$

eine Formel, die in die Plancksche Berechnungsformel (13), l. c., p. 567 übergeht, wenn man nur  $p = q = 1$  setzt.

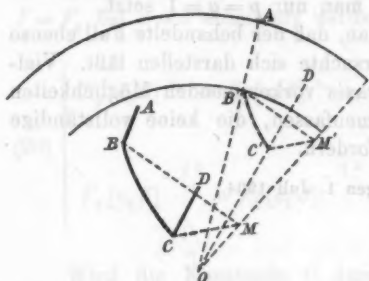
Aus dem obigen sieht man, daß der behandelte Fall ebenso einfach wie der früher untersuchte sich darstellen läßt. Vielleicht lassen sich alle in Praxis vorkommenden Möglichkeiten in einzelnen Fällen zusammenfassen, die keine vollständige Lösung der Gleichungen erfordern.

(Eingegangen 1. Juli 1904.)

# 7. Die Erdbewegung und der Äther;<sup>1)</sup> von F. Biske.

(Aus den Astron. Nachr. 165. p. 299. 1904.)

Trifft eine Lichtwelle die Erdatmosphäre in irgend einer Richtung und wäre  $AB$  die Richtung der Welle, wie sie zur Erdoberfläche gelangt wäre, wenn die Erde keine Rotation haben würde, ist dagegen  $BMC$  der Rotationswinkel der Erde während der Zeit des Durchganges der Welle durch die Erdatmosphäre, so wird, wenn man



$$\begin{aligned} O B' A' &\parallel B A, \\ \Delta B' M' C' &= \Delta B M C, \\ C D &\parallel O C' D' \end{aligned}$$

konstruiert,  $DC$  die Richtung der Welle, wie sie zur

Erdoberfläche gelangt, bezogen auf den Raum außerhalb der Erde, wenn der Äther mit der Atmosphäre mitgeführt ist. Der Stern erscheint um den Winkel  $B'O'C'$  in seinem Parallelkreise verschoben, was einer Änderung seiner scheinbaren Rektaszension um den Winkel  $B'M'C' = BMC$  äquivalent ist. Alle Sterne erscheinen also unter größeren Rektaszensionen um den Winkel, um welchen sich die Erde gedreht hat in der Zeit, die die Welle brauchte, um durch die Erdatmosphäre hindurchzugehen.

Nehme man an, daß der Äther teilweise mit der Erdatmosphäre mitgeführt wird. Berücksichtige man nun dabei folgendes: Es ist die Winkelgeschwindigkeit des Äthers  $\omega \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2}$ , wenn  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit,  $\mu$  der Brechungsexponent

1) Es wurde eine Untersuchung: „Erdrotation und Äther“ von E. v. Oppolzer in den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien und in Ann. d. Phys. 8. p. 898. 1902 veröffentlicht; ich teile die meine mit, da sie sich von jener unterscheidet, aber wegen der Kleinheit des sich ergebenden Resultates früher nicht veröffentlicht wurde.

der Atmosphäre ist.<sup>1)</sup> Die Lichtgeschwindigkeit in der Erdatmosphäre ist  $v' = v/\mu$ , wenn die im leeren Raume  $v$  ist. Es ist  $ds = v' dt$ , wenn  $ds$  das Element der Refraktionskurve bezeichnet, außerdem ist  $ds = dr/\cos i$ , wenn  $i$  den Einfallswinkel an der Grenze der Atmosphärenschicht mit dem Radius  $r$  bezeichnet. Zwischen dem Brechungsexponenten  $\mu$  eines Mediums und seiner Dichtigkeit  $\rho$  besteht die Beziehung  $\mu^2 - 1 = c\rho$ , und nach einer Entwicklung in der Refraktionstheorie ist<sup>2)</sup>

$$d\zeta' = \frac{c\mu_0}{2l_0\mu^3} \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin z \rho \frac{dr}{\cos i},$$

wo die Werte  $\mu_0$ ,  $a$ ,  $z$  für die Erdoberfläche das bedeuten, was  $\mu$ ,  $r$ ,  $i$  für eine Atmosphärenschicht ist,  $l_0$  die Höhe darstellt, welche die Atmosphäre haben würde, wenn sie durchweg die Dichtigkeit der untersten Schichten besäße und  $c$  eine Konstante ist. Da  $\mu$  an der Grenze der Atmosphäre  $= 1$ , an der Erdoberfläche 1,000294 ist, so kann man genähert den veränderlichen Quotienten  $\mu$  unter dem Integralzeichen durch den konstanten Wert  $\frac{1}{2}(\mu_0 + 1)$  ersetzen. Die Größe  $(a/r)^3$  kann gleich 1 gesetzt werden, denn bei geringer Ausbreitung der Erdatmosphäre unterscheidet sich  $r$  von  $a$  nur wenig. Der Gesamtbetrag der Refraktion bei der Zenitdistanz  $z$  ist  $\int d\zeta' = \alpha_z \operatorname{tg} z$ , wo  $\alpha_z$  die Refraktionskonstante bezeichnet.

Die scheinbare Rektaszensionsänderung ist dann gleich dem Integral der Winkelgeschwindigkeit des Äthers während der Zeit des Durchganges des Lichtes durch die Erdatmosphäre:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= \omega \int \frac{\mu^2 - 1}{\mu^3} dt = \frac{\omega}{v} \int \frac{\mu^2 - 1}{\mu} ds \\ &= \frac{\omega}{v} \int \frac{\mu^2 - 1}{\mu \cos i} dr = \frac{\omega}{v} \int \frac{cs}{\mu \cos i} dr \\ &= \frac{\omega 2 l_0 \mu'^3}{v \mu_0 \left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin z} \int d\zeta' = \frac{2 \omega l_0 \mu'^3}{v \mu_0 \sin z} \alpha_z \operatorname{tg} z. \end{aligned}$$

1) H. Poincaré, „Théorie mathématique de la lumière.“ Formel von Fresnel.

2) G. Müller, „Photometrie der Gestirne“. Extinktionstheorie von Laplace und Maurer.

Wenn

$$\omega'' = 15'' \frac{1 \text{ M.S.}}{1 \text{ S.S.}}, \quad v = 300\,000\,000 \text{ m},$$

$$l_0 = 7623 \text{ m}, \quad \mu_0 = 1,000\,294,$$

$$\mu' = \frac{1}{2}(\mu_0 + 1) = 1,000\,147,$$

so ist

$$\Delta \alpha = 0,000\,001'' \text{ für } z = 80^\circ,$$

also ganz unmerklich.

Nehme man jetzt an, daß der Äther vollständig mit der Erdatmosphäre mitgeführt wird, und berücksichtige dabei folgendes:

Nach einer Entwicklung in der Extinktionstheorie ist<sup>1)</sup>

$$ds = t d(\text{Refr.}) = \frac{r dr - t dt}{\sqrt{r^2 - t^2}},$$

wo  $t$  die Senkrechte vom Erdmittelpunkte zur Tangente der Refraktionskurve in ihrem Durchschnitte mit der Atmosphärenschicht  $r$  bezeichnet. Das Integral des ersten Ausdruckes im zweiten Teile ist

$$= a \sin z \int \frac{\mu_0}{\mu} d(\text{Refr.}).$$

Das Integral des zweiten Ausdruckes ist

$$= \sqrt{(a + H)^2 - a^2 \mu_0^2 \sin^2 z} - a \cos z,$$

wo  $H$  die Höhe der Erdatmosphäre bezeichnet.

Es ist dann:

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \omega \int dt = \frac{\omega}{v} \int \mu ds \\ &= \frac{\omega}{v} \left[ a \sin z \mu_0 \text{Refr.} + \mu' \left( \sqrt{(a + H)^2 - a^2 \mu^2 \sin^2 z} - a \cos z \right) \right]. \end{aligned}$$

Wenn  $a = 6370289 \text{ m}$ ,  $H = 1\,000\,000 \text{ m}$ , so ist:

$$\Delta \alpha = 0,050'' \text{ für } z = 0^\circ,$$

$$\Delta \alpha = 0,186'' \text{ für } z = 90^\circ.$$

Bei Meridianbeobachtungen in einer Breite  $\varphi = 45^\circ$  eines Sternes von  $\delta = 45^\circ$  würde der scheinbare Rektaszensionsunterschied zwischen oberer und unterer Kulmination betragen im Maximum:

$$\alpha_{UV} - \alpha_{OG} = 0,136''.$$

1) G. Müller, l. c.



Die Translation der Erde würde die scheinbare Längenänderung hervorbringen

$$\Delta \lambda = \Delta \alpha \frac{1 \text{ S.Tag}}{1 \text{ S.Jahr}},$$

also ganz unmerklich.

Bei der Annahme der teilweisen Mitführung des Äthers durch die Erdatmosphäre würde die relative Winkelgeschwindigkeit der letzteren gegen den ersteren

$$\omega - \omega \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} = \omega \frac{1}{\mu^2}$$

sein.

Da die Aberration auf der Annahme der relativen Geschwindigkeit der beiden Medien beruht, so würde es nötig sein, bei der Berechnung der täglichen wie der jährlichen Aberration die wahre Geschwindigkeit der Erde mit dem Koeffizienten  $1/\mu^2$  zu multiplizieren. Es würde dann z. B. zwischen der Aberrationskonstante und der Sonnenparallaxe die Relation

$$A = \frac{[2,2557047]}{\pi} \cdot \frac{1}{\mu^2} \quad \text{oder} \quad \pi = \frac{[2,2557047]}{A} \cdot \frac{1}{\mu^2}$$

bestehen.

Da ohne Annahme der teilweisen Mitführung des Äthers nach obiger Relation  $\pi = 8,802''^1$  ist, so würde bei dieser Annahme, da  $\mu = \frac{1}{2}(\mu_0 + 1) = 1,000147$ ,  $\pi = 8,799''$  sein.

Bei der Annahme der vollständigen Mitführung des Äthers durch die Erdatmosphäre würde die relative Geschwindigkeit der letzteren gegen den ersteren nicht existieren, und die Annahme der täglichen wie der jährlichen Aberration würde nicht möglich sein.

Da die Erscheinung der Ortsveränderung der Gestirne existiert, die Annahme der vollständigen Mitführung des Äthers die Erklärung der Erscheinung als Aberration aufhebt, selbst aber nicht erklärt, da sie nach der obigen Untersuchung für die Ortsveränderung zu kleine Werte ergibt, so ist diese Annahme sehr unwahrscheinlich.

Zürich, Astron. Observatorium, August 1902.

1) J. Bauschinger, Über den Zusammenhang der astronomischen Konstanten (Vorlesung).

(Eingegangen 30. Juni 1904.)

**8. F. E. Neumanns Methode zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlecht leitender Körper in Kugel- und Würfelform und ihre Durchführung an Marmor, Glas, Sandstein, Gips sowie an Serpentin, Basalt, Schwefel, Steinkohle; von H. Hecht.**

(Auszug aus der Königsberger Dissertation.)

F. E. Neumann hat das experimentelle Studium mit der Zeit veränderlicher Temperaturzustände zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeiten fester, isotroper Körper in die Wissenschaft eingeführt<sup>1)</sup>, während die älteren Methoden wesentlich bei der Beobachtung der stationären Zustände stehen geblieben waren.<sup>2)</sup> Je nachdem es sich um einen guten oder schlechten Wärmeleiter handelt, wendet Neumann ein besonderes Beobachtungsarrangement an. Die Methode für gutleitende Medien knüpft an die Stab- und Ringform und ist von Neumann und späteren Beobachtern zur Messung der inneren Wärmeleitungsfähigkeit von Metallen benutzt worden; die Methode, welche Neumann für schlechte Leiter in Anwendung bringt, bevorzugt die Kugel- und Würfelform.

Einem Studium der letzteren sind ausschließlich die folgenden Untersuchungen gewidmet. Die eigenen Angaben Neumanns über Handhabung und Anwendung seiner Methode zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlecht leitender Substanzen bewegen sich im Rahmen einer kurzen Notiz, und die einzige, von mir in der Literatur gefundene Arbeit von

1) F. E. Neumann, Ann. de chim. et phys. (3) 66. p. 183—87. 1862; Phil. Mag. (4) 25. p. 63 ff. 1863. Das Referat in den Fortschritten der Physik 1862 XVII. Jahrg., 1864. p. 364—365 von Dumas, einem Schüler Neumanns, ist insofern beachtenswert, als in demselben Werte für die Temperaturleitungsfähigkeiten mehrerer Körper angegeben werden, welche in der Originalabhandlung nicht vorkommen.

2) Eine Ausnahme bildet die von A. J. Ångström ausgearbeitete und Pogg. Ann. 114. p. 513. 1861 mitgeteilte Methode.

R. Weber<sup>1)</sup>, die sich mit ihr, ohne den Namen des eigentlichen Autors zu erwähnen, näher beschäftigt hat, kann keinen Anspruch auf Präzision erheben. In dieser Abhandlung sind die später aufgezählten Fehlerquellen sämtlich unberücksichtigt geblieben, und der Erfolg ist an den Resultaten, welche bei einem konsequenten Gang bis 40 Proz. differieren, deutlich sichtbar.

Da mir die kostbare Sammlung Neumanns zur Verfügung gestellt wurde, so benutzte ich gerne die Gelegenheit, die Methode von Neumann zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlechter Leiter einer eingehenden Nachprüfung zu unterwerfen; und wenn ich das Resultat meiner Untersuchungen vorweg nehmen darf, so ist es als das denkbar günstigste zu bezeichnen: Die erreichbare Genauigkeit ist bei sorgfältiger Beobachtung auf ca. 3 Proz. anzuschlagen und hätte sicher noch weiter getrieben werden können, wenn nicht in der Inhomogenität der Materialien ein unüberwindliches Hindernis entgegengetreten wäre.

### 1. Darstellung der Methode.

Neumanns Methode zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlecht leitender Medien setzt homogenes Material in regulärer Gestalt, am zweckmäßigsten Kugel- oder Würfelform, voraus. Die Beobachtung des variablen Temperaturzustandes, welcher nach gewisser Zeit höchst einfachen mathematischen Gesetzen gehorcht, wenn der betreffende Körper in ein auf konstanter Temperatur erhaltenes Medium getaucht ist, gestattet Werte für die beiden Wärmeleitungsfähigkeiten zu berechnen.

Es bedeutet im folgenden  $b = h/k$  das Verhältnis der äußeren zur inneren Wärmeleitungsfähigkeit,  $\rho$  die Dichte,  $c$  die spezifische Wärme, und  $a^2 = k/\rho \cdot c$  die Temperaturleitungsfähigkeit. Stellt ferner  $t$  die Zeit dar, gerechnet vom Augenblick des Eintauchens in das anders temperierte Medium, und liegt der Ursprung des Koordinatensystems im Mittelpunkt, so bezeichne für die Kugel  $r$  die Länge des Radius-

1) R. Weber, Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich 23—24. p. 209 ff. 1878—1879.

vektor und  $R$  den Radius, für den Würfel  $x, y, z$  die Länge der rechtwinkligen Koordinaten in einem System, dessen Achsen auf den Würfelflächen lotrecht stehen, und  $2l$  die Kantenlänge. Man findet<sup>1)</sup> alsdann die Temperatur  $\vartheta$  im Innern einer Kugel bez. Würfels als Funktion des Ortes und der Zeit:

$$(1a) \quad \vartheta = \sum_i A_i e^{-\gamma_i^2 a^2 t} \cdot \frac{\sin \gamma_i r}{r},$$

$$(1b) \quad \vartheta = \prod_{x=y=z} \sum_i A_i e^{-\gamma_i^2 a^2 t} \cos \gamma_i x,$$

worin die  $A_i$  Konstante bedeuten und sich theoretisch aus dem Anfangszustand ableiten lassen, während die  $\gamma_i$  ihre Bestimmung durch die Oberflächenbedingung finden. Nimmt man für letztere das Newtonsche Erkaltungsgesetz und die Temperatur der Umgebung zu Null an, so gehorchen die  $\gamma$  den transzendenten Gleichungen:

$$(2a) \quad \frac{\gamma_i R}{\tan \gamma_i R} = 1 - b R,$$

$$(2b) \quad \gamma_i l \cdot \tan \gamma_i l = b \cdot l$$

und nähern sich mit wachsender Stellenzahl ungeraden Vielfachen von  $\pi/2 R$  bez. Vielfachen von  $\pi/l$ . Die infolge dieses Wachsens der  $\gamma_i$  stark konvergenten Reihen lassen bei genügend großem  $t$  eine Beschränkung auf die ersten Glieder zu; diese Zeit wird im Experiment so zu wählen sein, daß die Temperatur ohne meßbare Fehler durch

$$(3a) \quad \vartheta = A e^{-r^2 a^2 t} \cdot \frac{\sin \gamma r}{r},$$

$$(3b) \quad \vartheta = A^3 e^{-3r^2 a^2 t} \cdot \cos \gamma x \cdot \cos \gamma y \cdot \cos \gamma z$$

dargestellt wird, wenn  $A$  und  $\gamma$  ohne Index die kleinsten positiven Wurzeln der transzendenten Gleichungen (2) sind. Diese Formeln (3) bilden den Ausgangspunkt zur Bestimmung der Temperaturleitungsfähigkeit  $a^2$  und damit auch der inneren Wärmeleitungsfähigkeit  $k$ . Hierzu mißt man zu den Zeiten  $t_1$  und  $t_2$  die Temperaturen gleichzeitig an zwei verschiedenen

1) Oeuvres de Fourier, Theorie analytique de la chaleur 1. p. 304 ff. und p. 375 ff. Vgl. auch: G. Kirchhoff, Vorlesungen über die Theorie der Wärme. Leider ist in der Originalabhandlung von Neumann auf keine theoretische Formel Bezug genommen.

Stellen des betreffenden Körpers, am zweckmäßigsten für die Kugel im Zentrum und an einem Punkt der konzentrischen Kugelfläche mit dem bestimmten Radius  $r$ , für den Würfel im Mittelpunkt und an einer Stelle auf der Geraden  $y = 0, z = 0$  mit der festen Koordinate  $x$ . Durch Division der beiden zu verschiedenen Zeiten an demselben Punkt gefundenen Temperaturen erhält man:

$$(4a) \quad a^2 = \frac{\ln. \vartheta_1 / \vartheta_2}{\gamma^2 (t_2 - t_1)},$$

$$(4b) \quad a^2 = \frac{\ln. \vartheta_1 / \vartheta_2}{3\gamma^2 (t_2 - t_1)}$$

unabhängig von  $A$  und damit auch unabhängig vom Anfangszustande der Temperaturverteilung. Zur experimentellen Bestimmung der noch auftretenden Konstanten  $\gamma$  dienen die gleichzeitig an zwei verschiedenen Stellen gemessenen Temperaturen  $\vartheta_0$  und  $\vartheta_r$  bez.  $\vartheta_0$  und  $\vartheta_x$ ; durch Division findet man  $\gamma$  als kleinste positive Wurzel der Gleichungen:

$$(5a) \quad \frac{\gamma r}{\sin \gamma r} = \frac{\vartheta_0}{\vartheta_r},$$

$$(5b) \quad \cos \gamma x = \frac{\vartheta_0}{\vartheta_x}.$$

## 2. Die experimentelle Anordnung.

„Neumann wendet zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlechter Leiter Kugeln oder Würfel von 12–15 cm Durchmesser bez. Kantenlänge an. Nachdem dieselben durch den Dampf des siedenden Wassers gleichmäßig erhitzt sind, läßt er sie an der freien Luft abkühlen. Nach einer Zeit, die zwischen  $\frac{1}{2}$  und 1 Stunde schwankt, beginnt er die Temperaturen gleichzeitig im Zentrum und an der Oberfläche mittels Thermoelementen zu messen. Diese Daten genügen, um aus ihnen die Werte der beiden Leitungsfähigkeiten zu berechnen.“

Soweit in freier Übersetzung Neumanns eigener Bericht in den *Annales de chimie et de physique*.

Ich habe mit denselben Körpern, die schon Neumann zu seinen Experimenten gedient hatten, gearbeitet, ich habe mich streng an seine soeben mitgeteilten Worte gehalten, doch niemals wollte es mir gelingen, auch nur zu einigermaßen befriedigenden Resultaten zu kommen. Mannigfache Versuche,

die in meiner Dissertation<sup>1)</sup> näher beschrieben sind, haben mir dann Aufklärungen über das Zustandekommen zahlreicher Fehlerquellen gegeben und Mittel und Weg gewiesen, diesen wirksam entgegenzutreten zu können.

Als das störendste Moment machte sich der Einfluß der umgebenden Luft geltend; die Oberflächenbedingung, wie sie durch das der theoretischen Ableitung zugrunde liegende Newtonsche Erkaltungsgesetz gegeben ist, läßt sich durch das von Neumann mitgeteilte Arrangement experimentell nicht realisieren. Um den konvektiven Wärmetransport durch die umgebende Luft zu beseitigen und den Anforderungen der Theorie zu genügen, gab es nur den einen Weg: Beobachtung im luftleeren bez. verdünnten Raum.

Gleichzeitig wurde eine zweite Fehlerquelle beseitigt, die der Neumannschen Anordnung durch die für eine exakte Temperaturbestimmung sehr ungünstige Lage des zweiten Thermoelements an der Oberfläche unbedingt anhaftet. Es wurde auf die Temperaturbestimmung an dieser Stelle ganz verzichtet, welche durch die Befestigung der Lötstelle mit Gips in einer Vertiefung der Oberfläche und durch den Einfluß von unkontrollierbaren Vorgängen in nächster Umgebung des betreffenden Körpers und von stagnierenden Schichten an der Oberfläche am meisten gefährdet erschien. Diese Messungen wurden durch andere an geeigneterer Stelle ersetzt, und zwar wurde stets, wenn irgend möglich, an zwei entgegengesetzten, vom Mittelpunkt um  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{3}{4} R$  bez.  $l$  abstehenden Orten beobachtet, einmal um eine größere Kontrolle der erhaltenen Werte zu haben, und zweitens um eventuell vorhandenen Inhomogenitäten des untersuchten Körpers Rechnung zu tragen. Nach diesen Punkten sind 2—3 mm weite Kanäle gebohrt; dieselben dienen zur Aufnahme von Thermoelementen, welche aus 0,1 mm dicken Eisen- und Konstantandrähten bestehen und im Innern der Bohrlöcher durch Glaskapillaren gegeneinander isoliert sind. Ein Quecksilbertropfen am Boden des Kanals stellt den Kontakt und gleichzeitig eine innige Berührung von Thermoelement und Material her. Die Lage dieser Kanäle ist bedingt durch die geometrische Gestalt, in welcher der betreffende

1) H. Hecht, Inaug.-Diss. p. 21—32. Königsberg 1903.

Körper vorliegt. Bei einer Kugel gelangt man von der Oberfläche nach den einzelnen Stellen des Innern durch Bohrlöcher, welche symmetrisch auf dem Mantel eines Kegels verteilt sind, dessen Spitze im Zentrum der Kugel liegt, und dessen Winkel etwa  $45^\circ$  beträgt, während bei Würfeln durch parallele und auf zwei Würfelflächen lotrecht stehende Kanäle dafür gesorgt ist, den Temperaturverlauf an verschiedenen Punkten einer geraden Linie messen zu können, welche in der Mitte einer Seitenfläche auf dieser senkrecht steht.

Aus dieser speziellen geometrischen Lage der Bohrlöcher bei Kugel und Würfel folgt eine für die Rechnung beachtenswerte Tatsache. Um die Sicherheit der erlangten Resultate zu erhöhen, wurde nämlich die Beobachtung nicht allein wie bei Neumann auf die Abkühlung beschränkt, sondern es wurde auch der analog<sup>1)</sup> verlaufende Erwärmungsprozeß messend verfolgt, wie dies schon R. Weber in seiner genannten Arbeit getan hat. Die in den analytischen Ausdrücken auftretenden Entfernungen der zweiten Thermokette vom Mittelpunkt können nun etwas anderes bedeuten, je nachdem, ob ein Abkühlungs- oder Erwärmungsvorgang stattfindet. Ist das erstere der Fall, so stellt  $r$  bei der Kugel die Entfernung vom Zentrum bis zum Boden des Kanals dar, während bei Erwärmungen diese Länge um die Höhe des Quecksilbertropfens (etwa 4 mm) vermehrt werden muß. Bei Benutzung der Würfelform dagegen gilt für beide Vorgänge gleichzeitig dieselbe Entfernung vom Mittelpunkt, da der eventuelle Unterschied, welcher durch die kegelförmige Spitze eines 2 mm weiten Kanals gegeben ist, unbedingt vernachlässigt werden kann.

Der allen genannten experimentellen Anforderungen genügende Apparat ist erst nach vielen Versuchen und mannigfachen Studien in der jetzt vorliegenden Gestalt entstanden.

Zwei kupferne Halbkugeln, welche auf der Innenseite unter Bildung von Kupfersulfid geschwärzt sind, von 0,15 cm Dicke und 30 cm Durchmesser bilden mit ihren beiden aus Bronze bestehenden Dichtungsringen den Hauptbestandteil des Apparates. Durch sechszehn starke Bolzen zusammengezogen, wird die Rippe des oberen Ringes in die mit Weichblei ausgelegte

1) Vgl. hierüber die Bemerkungen über äußere Wärmeleitungsfähigkeit auf p. 1026.



Nute des unteren Flansches gepreßt und schneidet so jede Verbindung der äußeren Luft mit dem Hohlraum ab. Die Evakuierung des Apparates erfolgte durch den auf höchster Stelle befindlichen Hahn mittels Kolbenluftpumpe bis gegen 3 cm Druck, was für die vorliegenden Versuche vollständig ausreichte. Die Einführung der Thermodrähte (drei Konstantan- und ein Eisendraht) geschieht durch vier in die untere Halbkugel mündende Messingröhren, an deren oberen, aus dem Wasser herausragenden Ende sich eine Vorrichtung befindet, welche sowohl bei Zimmertemperatur wie bei der des siedenden



den Wassers die Drähte vollständig luftdicht und gegeneinander isoliert in das Innere des Hohlraumes einzuführen gestattet. Zu diesem Zweck sind Stopfbüchsen vorhanden, gegen deren Boden mit Hilfe von Kappverschraubungen eine Messingscheibe gepreßt wird, durch deren Mitte der betreffende Draht geführt und eingelötet ist, während als Dichtungs- und Isolationsmaterial Gummischeiben dienen. Diese Drähte führen, zu Thermoelementen vereinigt, in die zu ihrer Aufnahme bestimmten Kanäle des auf einem in der unteren Halbkugel befestigten Gestell ruhenden Körpers.



Die Erwärmung bez. Abkühlung dieses Vakuumapparates geschah in großen Wasserbädern, von denen das eine durch zwei große Gasbrenner auf  $100^{\circ}$ , das andere durch dauernde Speisung aus zwei Röhren der Wasserleitung auf konstanter, niedriger Temperatur gehalten wurde.

### 8. Resultate meiner Messungen und Vergleichung mit denen Neumanns.

Zur experimentellen Bestimmung der Temperaturleitungsfähigkeit nach der entwickelten Methode und der beschriebenen Anordnung wurden der reichhaltigen Sammlung Neumanns einige Körper, teils Kugeln, teils Würfel, entnommen; und zwar waren für die Auswahl folgende Gesichtspunkte maßgebend: einmal waren wir es dem Begründer und Schöpfer unserer Methode schuldig, Messungen an denjenigen Objekten zu wiederholen, welche schon Neumann zu Bestimmungen der Temperaturleitungsfähigkeit gedient hatten, zweitens war es im Interesse der Methode und der erreichbaren Genauigkeit von Wert, verschiedene Körper desselben Materials zu untersuchen, und drittens sollten nur möglichst gut definierte und allgemeines Interesse beanspruchende Körper gewählt werden. Die untersuchten Körper lassen sich nach den erhaltenen Resultaten in zwei Gruppen teilen, von denen ich die erste mit Präzisionsmessungen, die zweite mit Messungen bezeichnen möchte, welche in bezug auf Genauigkeit und exakte Bestimmung im Gegensatz zu den ersteren auf niedrigerer Stufe stehen. Zu der ersten Gruppe gehörig rechne ich die Messungen von:

Marmor (1 Kugel, 1 Würfel), Glas, Sandstein (Würfel), Gips

zu der zweiten diejenigen von:

Sandstein (Kugel), Marmor (Kugel), Serpentin, Basalt, Schwefel, Steinkohle.

Während bei einigen Körpern der zweiten Klasse durch Häufung und Variierung der Beobachtungen eine größere Genauigkeit und Zuverlässigkeit des Resultates hätte erreicht werden können, stand diesem bei anderen ihre für den Hohlraum des Vakuumapparates zu ausgedehnten Dimensionen oder eine schlechtere Homogenität entgegen.

In folgendem ist eine spezielle Übersicht über die einzelnen untersuchten Körper und die erhaltenen Werte für die Temperaturleitungsfähigkeit gegeben.

### Präzisionsmessungen.

#### 1. Weißer Marmor I.

Kugel von 12,3 cm Durchmesser. Ohne Bohrloch der Sammlung entnommen.

Die erhaltenen Resultate sind folgende:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $r = 0$ und $r = \frac{1}{2} R$ .		
14. Sept. 1901	0,0096 <sub>8</sub>	—
2. Okt. 1901	0,0105 <sub>7</sub>	0,0106 <sub>1</sub>
3. „ 1901	0,0094 <sub>7</sub>	0,0101 <sub>3</sub>
4. „ 1901	0,0097 <sub>7</sub>	0,0102 <sub>8</sub>

Beobachtungsstellen: $r = 0$ und $r = \frac{3}{4} R$ .		
24. Aug. 1901	0,0102 <sub>8</sub>	—
5. Okt. 1901	0,0104 <sub>4</sub>	0,0107 <sub>5</sub>
7. „ 1901	0,0099 <sub>4</sub>	0,0108 <sub>6</sub>

Um aus diesen Einzelbestimmungen einen Mittelwert für  $\alpha$  abzuleiten, könnte man auf verschiedene Weise vorgehen. Eine Rechnung, nach der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt, würde hier nutzlos sein, wo wir es weniger mit zufälligen als mit konstanten Fehlern zu tun haben, und wo der Willkür des Beobachters im Ausschluß einzelner Messungen größerer Spielraum gelassen werden mußte. Von diesem Gesichtspunkte aus erschien folgendes Verfahren, welches als Vorbild für die späteren Berechnungen der übrigen Körper dienen soll, zur Ableitung eines Mittelwertes am zuverlässigsten. Die drei unter denselben Bedingungen angestellten Messungen vom 2. bis 4. Oktober 1901 werden zu je einem Mittel für Erwärmung und Abkühlung vereinigt, desgleichen die Beobachtungen vom 5. bis 7. Oktober, wobei die Resultate, welche schon aus mehreren gleichartigen Bestimmungen abgeleitet sind, mit der Anzahl der benutzten Beobachtungen multipliziert werden, um der Zahl der Einzelbestimmungen

Rechnung zu tragen. Auf diese Weise erhalten wir folgende Werte für  $a^3$ :

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungstellen: $r = 0$ und $r = \frac{1}{2} R$ .		
14. Sept. 1901	0,0096 <sub>5</sub>	—
2. bis 4. Okt. 1901	0,0098 <sub>6</sub>	0,0103 <sub>5</sub>
Beobachtungstellen: $r = 0$ und $r = \frac{3}{4} R$ .		
24. Aug. 1901	0,0102 <sub>5</sub>	—
5. bis 7. Okt. 1901	0,0101 <sub>5</sub>	0,0107 <sub>7</sub>

Vereinigt man nun die durch Erwärmung erhaltenen Resultate zu je einem Mittel, ohne einen Wert durch ein besonderes Gewicht vor den anderen auszuzeichnen, da wir dann durch Häufung der Beobachtungen bei einer gegebenen Anordnung bestimmend auf das Schlußresultat hätten einwirken können, so ergibt sich folgende Zusammenstellung:

Erwärmung	Abkühlung
0,0097 <sub>5</sub>	0,0103 <sub>1</sub>
0,0102 <sub>5</sub>	0,0107 <sub>7</sub>

woraus durch Vereinigung von Erwärmung und Abkühlung zum arithmetischen Mittel

$$0,0100<sub>5</sub> \\ 0,0105<sub>6</sub>$$

und hieraus wieder das Schlußresultat

$$a^3 = 0,0102<sub>5</sub> \pm 0,0004<sub>5</sub> \left[ \frac{\text{cm}^3}{\text{sec}} \right]$$

folgt.

Die größte Abweichung dieses Wertes von den Ziffern, welche man erhält, wenn die einzelnen durch Erwärmung und Abkühlung gefundenen Resultate, soweit wie möglich, zusammengefaßt werden, liefert das Fehlermaximum zu 4,4 Proz. des erhaltenen Wertes, während das Mittel der Abweichungen nur 3 Proz. beträgt.

Unternimmt man also mit den gleichen Instrumenten und der gleichen Sorgfalt eine Bestimmung der Temperaturleitungsfähigkeit dieser Marmorkugel, so ist mit größter Wahrscheinlichkeit ein Wert zu erwarten, welcher sich von dem angegebenen höchstens um eine 3 an der vierten Dezimale unterscheiden wird.

## 2. Weißer Marmor II.

Würfel von 14,3 cm Kantenlänge. Ohne Bohrloch der Sammlung entnommen.

Die erhaltenen Resultate sind:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{1}{2} l$		
25. Okt. 1901	0,0080 <sub>4</sub>	0,0078 <sub>5</sub>
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$		
25. Okt. 1901	0,0092 <sub>5</sub>	0,0088 <sub>9</sub>

woraus als Mittelwert:

$$\alpha^2 = 0,0085_0 \pm 0,0006 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right]$$

folgt.

## 3. Glas.

Würfel von 10,2 cm Kantenlänge aus der Josephinenhütte bei Schreiberhau (Schlesien). Derselbe besaß, als er der Sammlung entnommen wurde, ein Bohrloch nach dem Mittelpunkt, schien aber im übrigen zu Messungen bisher nicht benutzt worden zu sein.

Aus den gefundenen Resultaten:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{1}{2} l$		
21. Aug. 1902	0,0055 <sub>7</sub>	0,0054 <sub>5</sub>
22. „ 1902	0,0055 <sub>5</sub>	0,0055 <sub>1</sub>
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$		
21. Aug. 1902	0,0055 <sub>1</sub>	—
22. „ 1902	0,0054 <sub>5</sub>	0,0052 <sub>5</sub>

folgt als Mittelwert:

$$\alpha^2 = 0,0054_5 \pm 0,0001 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right].$$

## 4. Sandstein I. Glimmerhaltig.

Würfel von 12,9 cm Kantenlänge. Ohne Bohrloch der Sammlung entnommen. Zum Studium des Einflusses der äußeren Wärmeleitungsfähigkeit wurde der Körper ohne und mit Lacküberzug beobachtet.

Aus den gefundenen Werten:

Ohne Lacküberzug.		
Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{1}{2} l$ .		
17. Okt. 1901	—	0,0048 <sub>0</sub>
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$ .		
17. Okt. 1901	0,0049 <sub>1</sub>	0,0048 <sub>0</sub>

Mit Lacküberzug.		
Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{1}{2} l$ .		
24. Okt. 1901	0,0045 <sub>0</sub>	0,0047 <sub>4</sub>
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$ .		
24. Okt. 1901	0,0042 <sub>1</sub>	0,0043 <sub>0</sub>

resultiert

$$a^2 = 0,0046_0 \pm 0,0003 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right].$$

#### 5. Glps.

Kugel von 13,0 cm Durchmesser mit Lacküberzug. Mit Thermoelementen nach Zentrum und Oberfläche versehen, vorgefunden.

Die Bestimmungen:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $r = 0$ und $r = \frac{1}{2} R$ .		
21. Okt. 1901	0,0029 <sub>0</sub>	—
22. „ 1901	0,0029 <sub>0</sub>	0,0031 <sub>0</sub>
Beobachtungsstellen: $r = 0$ und $r = \frac{3}{4} R$ .		
22. Okt. 1901	0,0031 <sub>0</sub>	0,0027 <sub>0</sub>

liefern den Wert:

$$a^2 = 0,0030_0 \pm 0,0001 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right].$$

#### Weitere Messungen.

#### 6. Sandstein II. Fundort: Minden.

Kugel von 15,6 cm Durchmesser mit Lacküberzug. Mit Thermoelementen nach Zentrum und Oberfläche versehen, vorgefunden.

Vereinigt man die Einzelresultate:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $r = 0$ und $r = \frac{1}{2} R$ .		
18. Okt. 1901	0,0127 <sub>3</sub>	—
19. „ 1901	0,0126 <sub>3</sub>	0,0139 <sub>3</sub>
Beobachtungsstellen: $r = 0$ und $r = \frac{3}{4} R$ .		
19. Okt. 1901	0,0139 <sub>4</sub>	—

zu einem Mittelwert, so erhält man

$$a^2 = 0,013_3 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right].$$

Die Abweichung dieses Resultates von dem unter Nr. 4 darf nicht verwundern, da die beiden Körper, wie schon der bloße Anblick zeigt, von sehr verschiedener Zusammensetzung sind. Sandstein I weist eine grobkörnige Struktur und weiße Farbe auf, während Sandstein II aus sehr feinem, schiefergrau aussehenden Material besteht.

#### 7. Weisses Marmor III.

Kugel von 17,5 cm Durchmesser. Ohne Bohrloch der Sammlung entnommen.

Aus den gefundenen Werten:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $r = 0$ und $r = \frac{1}{2} R$		
2. Sept. 1902	0,0092 <sub>5</sub>	0,0110 <sub>4</sub>
Beobachtungsstellen: $r = 0$ und $r = \frac{3}{4} R$ .		
2. Sept. 1902	0,0093 <sub>6</sub>	0,0100 <sub>6</sub>

folgt

$$a^2 = 0,0099_6 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right].$$

#### 8. Serpentin.

Würfel von 15,0 cm Kantenlänge. Ohne Bohrloch der Sammlung entnommen.

Die Beobachtungen:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{1}{2} l$ .		
6. Sept. 1902	0,0089 <sub>7</sub>	0,0088 <sub>8</sub>
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$ .		
6. Sept. 1902	0,0098 <sub>8</sub>	0,0089 <sub>8</sub>

liefern

$$a^3 = 0,0091_8 \pm 0,0002 \left[ \frac{\text{cm}^3}{\text{sec}} \right].$$

### 9. Serpentin mit Granaten I.

Würfel von 13,1<sub>8</sub> Kantenlänge. Mit Thermoelementen nach Mittelpunkt und Oberfläche versehen, vorgefunden.

Das Mittel der Messungen:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$		
4. Sept. 1902	0,0112 <sub>8</sub>	0,0112 <sub>8</sub>

liefert den Wert für

$$a^3 = 0,0112_7 \left[ \frac{\text{cm}^3}{\text{sec}} \right].$$

### 10. Serpentin mit Granaten II.

Würfel von 13,2 cm Kantenlänge. Ohne Bohrloch der Sammlung entnommen.

Aus den gefundenen Werten:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$		
30. Aug. 1902	0,0114 <sub>8</sub>	0,0111 <sub>8</sub>

folgt

$$a^3 = 0,0112_7 \left[ \frac{\text{cm}^3}{\text{sec}} \right] \cdot ^1)$$

### 11. Basalt.

Würfel von 11,1 cm Kantenlänge. Mit Thermoelementen nach Mittelpunkt und Oberfläche versehen, vorgefunden. Die Unebenheiten der Oberfläche waren mit Gips ausgefüllt.

Die Beobachtungen:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$		
29. Aug. 1902	0,0077 <sub>8</sub>	0,0088 <sub>8</sub>

liefern den Wert:

$$a^3 = 0,0083_8 \left[ \frac{\text{cm}^3}{\text{sec}} \right].$$

1) Die Übereinstimmung der beiden für Serpentin mit Granaten erhaltenen Werte, welche so vollständig nur durch einen Zufall herbeigeführt ist, wurde insofern bedeutungsvoll und interessant, als der zweite Würfel ursprünglich für Porphyry gehalten wurde und, erst durch die Gleichheit der Dichte und Temperaturleitungsfähigkeit aufmerksam gemacht, später gleichfalls als Serpentin mit Granaten analysiert wurde.

## 12. Schwefel.

Würfel von 10,8 cm Kantenlänge. Mit Thermoelementen nach Mittelpunkt und Oberfläche versehen, vorgefunden.

Aus den gefundenen Werten:

Datum	Erwärmung	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$ .		
23. Aug. 1902	0,0016 <sub>6</sub>	0,0017 <sub>1</sub>

resultiert

$$\alpha^2 = 0,0016_7 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right].$$

## 13. Steinkohle.

Würfel von 13,8 cm Kantenlänge. Der Würfel, welcher mit Thermoelementen nach Zentrum und Oberfläche versehen, der Sammlung entnommen wurde, war in zwei Teile zerfallen. Die beiden Hälften wurden, um den Körper einer Messung zugänglich zu machen, mit Leim aneinander befestigt. Die Beobachtungen bei Erwärmung führten zu ungenügenden Resultaten.

Wir erhalten als Mittel der beiden Bestimmungen bei Abkühlung:

Datum: 26. Okt. 1901	Abkühlung
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{1}{4} l$ .	
	0,00098 <sub>6</sub>
Beobachtungsstellen: $x = 0$ und $x = \frac{3}{4} l$ .	
	0,00122 <sub>4</sub>

$$\alpha^2 = 0,0011_1 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right].$$

Die für die Temperaturleitungsfähigkeit gefundenen Resultate setzen uns in den Stand, Werte für die innere Wärmeleitungsfähigkeit der untersuchten Körper abzuleiten; zu diesem Zweck benötigen wir noch der Kenntnis der Dichte und der spezifischen Wärme. Während die erstere durch Ausmessung des Volumens und Bestimmung der Masse genau genug ermittelt wurde, diente zur Messung der spezifischen Wärme Bunsens Eiskalorimeter.

Die folgende Tabelle, welche in ihrer ersten Kolumne die Dichte, in der zweiten die spezifische Wärme, in der dritten die Temperaturleitungsfähigkeit und in der vierten das innere



Wärmeleitungsvermögen angibt, enthält eine Übersicht der gewonnenen Resultate. In der Gruppe der Präzisionsmessungen ist die für  $a^2$  praktisch erreichte Genauigkeit mit aufgenommen. Die Fehler in den für die Dichte und spezifische Wärme mitgeteilten Resultaten sind von derselben Größenordnung wie die bei  $a^2$  auftretenden Fehler und können in besonders ungünstigen Fällen 3—4 Proz., d. h. eine 1 oder 2 an der letzten mitgeteilten Dezimale betragen; doch ebenso häufig werden sie wohl auch den Betrag von nur 1 Proz. nicht erreichen, wie dies z. B. aus der guten Übereinstimmung der Werte für die drei Körper aus weißem Marmor und die beiden Serpentinwürfel mit Granaten ersichtlich ist. Die Fehler von  $k$  setzen sich aus diesen drei Partialfehlern zusammen und können daher entsprechend größer sein.

## I. Präzisionsmessungen.

Name	$\rho \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	$c$	$a^2 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right]$	$k \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}} \right]$
Marmor I . . . . .	2,71	0,202	$0,0103 \pm 0,0005$	0,0056
Marmor II . . . . .	2,72	0,206	$0,0085 \pm 0,0006$	0,0048
Glas . . . . .	2,52	0,185	$0,0055 \pm 0,0001$	0,0025,
Sandstein I . . . . .	2,21	0,240	$0,0046 \pm 0,0003$	0,0024
Glps . . . . .	2,13	0,275	$0,0030 \pm 0,0001$	0,0017,

## II. Weitere Messungen.

Sandstein II . . . . .	2,15	0,174	0,0133	0,0050
Marmor III . . . . .	2,70	0,208	0,0099	0,0056
Serpentin . . . . .	2,45	0,251	0,0092	0,0056
Serpent. m. Granaten I	2,59	0,255	0,0113	0,0074
Serpent. m. Granaten II	2,58	0,257	0,0113	0,0075
Basalt . . . . .	3,08	0,205	0,0083	0,0052
Schwefel . . . . .	2,03	0,187	0,0017	0,00063
Steinkohle . . . . .	1,26	0,312	0,0011	0,00044

Nachdem die experimentelle Bestimmung der inneren Wärmeleitungsfähigkeit für eine Anzahl von Körpern durchgeführt ist, erscheint eine Vergleichung der erhaltenen Resultate mit den Beobachtungen von Neumann wünschenswert und interessant. Folgende Zusammenstellung gibt in ihrer

ersten Kolumne die Neumannschen Werte für die Temperaturleitfähigkeit nach dem Referat von Dumas in den Fortschritten der Physik<sup>1)</sup>, ausgedrückt in Pariser Linie und Minute, in der zweiten in den Einheiten des Zentimeters und der Sekunde, während in der dritten Kolumne, soweit wie vorhanden, die von uns erhaltenen Resultate und in der vierten die Abweichungen in Prozenten der neueren Werte enthalten sind.

Name	Neumanns Werte für $a^2$ in		Meine Werte für $a^2$	Differenz der beiden Werte
	Pariser Linie und Minute	C.G.S.- System		
Steinkohle . . . . .	1,37	0,00116	0,00111	4,5 %
Geschmolzener Schwefel	1,68	0,00142	0,00167	15,0
Sandstein . . . . .	16,0	0,01357	0,0133	2,3
Serpentin . . . . .	7,0	0,00594	0,0113	48,0

Die Übereinstimmung der Werte für Steinkohle und Sandstein ist als eine außerordentlich gute zu bezeichnen, da die Abweichungen der älteren Messungen von den neueren innerhalb der angegebenen Fehlergrenzen unserer Bestimmungen bleiben. Die etwas größere Differenz der beiden für geschmolzenen Schwefel erhaltenen Werte läßt sich vielleicht dadurch erklären, daß einmal die spezifische Wärme sich seit den Experimenten Neumanns, zumal wenn diese bald nach

1) Der Vollständigkeit wegen will ich auch die Werte von Neumann für diejenigen schlecht leitenden Medien mitteilen, welche in meinen Messungen kein Vergleichsobjekt finden; desgleichen sind in der danebenstehenden Tabelle die aus den Angaben von  $k$  berechneten Werte von  $a^2$  für gute Leiter angeführt.

Name	$a^2$ in		Name	$a^2$ in	
	Pariser Linie und Minute	C.G.S.- System		Pariser Linie und Minute	C.G.S.- System
Eis . . . . .	13,5	0,01145	Kupfer	1603	1,360
Schnee . . . . .	4,2	0,00356	Messing	456	0,387
Gefrorene Erde	10,8	0,00916	Zink	537	0,456
Granit . . . . .	12,9	0,01094	Neusilber	160	0,135
			Eisen	193	0,167

dem Guß stattfanden, geändert hat<sup>1)</sup>, andererseits, daß ebenso das innere Wärmeleitungsvermögen ein anderes ist, als unmittelbar nach Entstehung des Würfels. Endlich ist anzuführen, daß unsere Bestimmungen nicht zu der Gruppe der Präzisionsmessungen gehören, sich nur auf eine Stelle des Würfels beziehen und daher leicht durch Inhomogenität entstellt sein können.

Von einer Übereinstimmung Neumanns und meiner Werte für Serpentin kann dagegen nicht die Rede sein. Es muß dahingestellt bleiben, worauf diese Differenz bei Serpentin beruht. Die Übereinstimmung der beiden für zwei verschiedene Würfel von Serpentin mit Granaten nach meinen Messungen erhaltenen Werte läßt jedenfalls ein falsches Resultat meinerseits als ausgeschlossen erscheinen.

So erfreulich die Tatsache für mich erschien, wenigstens für Steinkohle und Sandstein ein im wesentlichen gleiches Resultat wie der Schöpfer unserer Methode gefunden zu haben, so barg doch gerade diese Übereinstimmung etwas Überraschendes in sich, da Neumann dieselben Werte erhalten hatte, ohne den von mir nachgewiesenen Einfluß störender Fehlerquellen beseitigt zu haben. Als einziger Erklärungsversuch dieser widersprechenden Tatsachen scheint sich mir die Annahme zu bieten, daß es Neumann gelungen sein muß, die Größe der Störungen und ihren Einfluß auf die Temperaturverteilung im Innern der sich abkühlenden Körper experimentell zu bestimmen und zu Korrekturen seiner Messungen zu benutzen, während wir die vorhandenen Fehlerquellen durch praktische Kunstgriffe, wenn auch nicht beseitigt, so doch in ihrem Einfluß wesentlich herabgedrückt haben.

Leider müssen wir uns auf diese Vergleichen der Temperaturleitungsfähigkeiten beschränken, da Neumann nur für Steinkohle das innere Wärmeleitungsvermögen selbst angibt. Die Abweichung der beiden Werte des letzteren ist trotz der guten Übereinstimmung von  $\alpha^2$  sehr bedeutend, da das Produkt aus Dichte und spezifischer Wärme in beiden Fällen

1) Nach den Beobachtungen Regnaults über die Veränderung der spezifischen Wärme von frisch und vor längerer Zeit geschmolzenem Schwefel würden aus den Temperaturleitungsfähigkeiten zwei Werte für  $k$  folgen, die sich nur noch um 6 Proz. unterscheiden.

verschieden ist. Während aus unseren Messungen für dieses Produkt der Wert 0,393 folgt, gibt Neumann 0,26 an. Doch glaube ich annehmen zu dürfen, daß Neumann selbst diesen Wert nicht experimentell bestimmt, sondern vielleicht einer Tabelle oder sonstigen Mitteilung entnommen hat. Hierfür scheinen mir sowohl seine eigenen Worte „für Kohle  $\rho c = 0,26$  gesetzt“, wie auch die Erwägung zu sprechen, daß im Falle einer stattgefundenen Bestimmung von  $\rho$  und  $c$  Neumann wohl die Werte gesondert für beide Konstanten angegeben haben würde.

Eine Vergleichung mit den Resultaten anderer Methoden und Beobachter erscheint wegen der großen Abweichungen der einzelnen bisher vorliegenden Resultate voneinander aussichtslos, zumal auf die Bestimmung der Fehlergrenzen bisher kein genügendes Gewicht gelegt worden ist.

Soviel über die innere Wärmeleitungsfähigkeit. Doch die Neumannsche Methode gestattet Werte auch für die äußere Leitfähigkeit abzuleiten, und eine Berechnung derselben hat zu höchst interessanten Ergebnissen geführt, die bisher nicht beobachtet zu sein scheinen. Berechnet man nach Gleichung (2) z. B. die Werte für die äußere Wärmeleitungsfähigkeit der Kugel von weißem Marmor I für Erwärmung und Abkühlung, so findet man die beiden Werte

$$h_e = 0,000\ 227 \left[ \frac{\text{g}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \right],$$

$$h_a = 0,000\ 142.$$

Die Abweichung dieser beiden Werte, welche bei sämtlichen Körpern in demselben Sinne beobachtet ist und in diesem Falle etwa die Relation liefert:

$$h_a = \frac{2}{3} h_e$$

ist jedenfalls nicht durch Mängel der experimentellen Anordnung zu erklären; denn, nachdem der Einfluß der Wärme-konvektion vernichtet ist, könnten nur noch Einwendungen erhoben werden, daß die Temperatur der Umgebung, welche gleich der des Wasserbades gesetzt wurde, nicht richtig bestimmt ist. Wenn auch diesem Einwand allerdings nur für kurze Zeit nach erfolgtem Temperatursturz seine Berechtigung nicht abgesprochen werden soll, so zeigt eine einfache Rech-

nung, daß die Abweichung der beiden für die äußere Wärmeleitfähigkeit gefundenen Werte hierdurch nicht nur nicht erklärt werden kann, sondern aus dieser Annahme gerade das Gegenteil folgen würde. Denn wäre bei der Erwärmung die Temperatur der Umgebung, in welcher die Marmorkugel erhitzt wird, falsch bestimmt, so könnte sie, gleich der Temperatur des siedenden Wassers gesetzt, nur zu hoch angenommen sein, während sie bei der Abkühlung einen zu niedrigen Wert erhalten hätte. Bezeichnen wir also mit  $h$  den wahren Wert, so würde

$$h_e < h, \quad h_a > h, \quad \text{also} \quad h_e > h_a$$

folgen, während das Experiment umgekehrt entschieden hat.

Von den anderen Körpern, welche sämtlich diese Tatsache bestätigen, führe ich noch die Ziffern für glimmerhaltigen Sandstein an. Die Beobachtung mit rauher Oberfläche lieferte die Werte:

$$h_e = 0,000\,174, \quad h_a = 0,000\,149,$$

$$h_a = \frac{6}{7} h_e,$$

während folgende Resultate erhalten wurden, als die Oberfläche mit Lack überzogen war:

$$h_e = 0,000\,212, \quad h_a = 0,000\,104,$$

$$h_a = \frac{1}{2} h_e.$$

Aus diesen Beobachtungen folgt, daß die äußere Wärmeleitfähigkeit in hohem Grade davon abzuhängen scheint, ob der betreffende Körper sich erwärmt oder abkühlt, d. h. ob die Wärme von außen in den Körper eindringt oder umgekehrt. Man müßte dann fortan mit besonderem  $h$  für Erwärmung und Abkühlung rechnen, da ein Körper in einer Umgebung, welche sich von seiner Temperatur unterscheidet, diese in Praxis schneller<sup>1)</sup> erreichen würde, wenn sie höher liegt als die Temperatur des betreffenden Körpers, langsamer, wenn sie um ebensoviel Grade unterhalb liegt. Und aus den vorliegenden Beobachtungen scheint zu folgen, daß der Quotient dieser

1) Theoretisch sind die beiden Zeiten gleich groß, nämlich unendlich.

beiden verschiedenen Wärmeleitungsfähigkeiten sich um 30 mehr der 1 nähert, je rauher und dunkler die Oberfläche ist, dagegen erheblich von diesem Werte abweicht, wenn die Begrenzungsflächen glatt und spiegelnd werden. Besondere, neuerdings angestellte Versuche bestätigen nicht nur das Gesagte, sondern liefern auch dieselbe Beziehung

$$h_a = \frac{13}{20} h_s$$

für die Oberfläche des angewandten Thermometergefäßes, welche schon der nach Neumanns Methode behandelte Glaswürfel ergab.

#### 4. Über eine besondere, von Stadler benutzte Modifikation der Neumannschen Methode.

Wie eingangs der Arbeit erwähnt, ist die Methode Neumanns zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlechter Leiter außer von dem Autor selbst nur noch von einem zweiten Beobachter, R. Weber, zu experimentellen Bestimmungen benutzt worden. Dies ist nur insofern richtig, als an der strengen Erfüllung aller von Neumann gestellten Bedingungen festgehalten wird. Häufiger als in ihrer ursprünglichen Form ist die Neumannsche Methode in einer scheinbar einfacheren Modifikation angewandt worden. Man ersetzte die von Neumanns Methode geforderte Oberflächenbedingung der freien Ausstrahlung in Luft als umgebendes Medium durch die Grenzbedingung einer konstanten Oberflächentemperatur und gelangte auf diese Weise zu noch einfacheren mathematischen Gesetzen und Formeln zur Bestimmung der Temperaturleitungsfähigkeit. In dieser Richtung sind besonders zwei Beobachter, G. Stadler<sup>1)</sup> und der schon genannte R. Weber, in einer späteren Arbeit<sup>2)</sup> tätig gewesen.

Zum Zwecke einer Vergleichung der beiden Methoden und der von ihnen erreichbaren Genauigkeiten wurden nach der Stadlerschen Anordnung Messungen mit zwei schon untersuchten Körpern ausgeführt. Die letzteren befanden sich in

1) G. Stadler, Inaug.-Diss. Bern 1889; Beiblätter 14. p. 170. 1890.

2) R. Weber, Bulletin de la société des sciences naturelles de Neuchâtel 23. p. 17 ff. 1894—95.

Drahtgestellen, mit deren Hilfe sie in die zu ihrer Erwärmung bez. Abkühlung dienenden großen Wasserbäder gesetzt werden konnten, welche durch Rührer in heftiger Bewegung erhalten wurden. Die Thermoelemente waren durch lange dünne Glasröhren voneinander und gegen das umspülende Wasser isoliert, die Bohrlöcher wurden, um ein Eindringen der Flüssigkeit zu verhindern, mit Pech verkittet. Trotzdem die Stadlersche Methode die Beobachtung des zeitlichen Temperaturverlaufes nur an einem Punkte des betreffenden Körpers verlangte, wurde doch stets zur größeren Kontrolle an zwei Stellen,  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{3}{4} R$  bez.  $l$ , beobachtet; auf die Messung im Zentrum wurde verzichtet, da für diesen Punkt die Reihen zu spät konvergierten.

Die Beobachtungen führten zu folgenden Resultaten:

Marmor I:  $\alpha^2 = 0,0085$  gegen  $0,0103$  nach den früheren Messungen

Glas:  $\alpha^2 = 0,0050$  „  $0,0055$  „ „ „ „

Man konnte hier sofort den ziemlich sicheren Schluß ziehen, daß diese Abweichungen hauptsächlich durch eine falsche Annahme über die tatsächlich vorliegende Oberflächenbedingung zustande kamen. Ich gelangte zu denselben Ergebnissen, wie sie eingehender in den Arbeiten von Grüneisen<sup>1)</sup> und Schaufelberger<sup>2)</sup> speziell für die Grenzflächen guter Leiter beschrieben sind: die Temperatur einer von Wasser bespülten Oberfläche ist nicht identisch mit der Temperatur des umgebenden Wassers, es bleibt vielmehr auch für diesen Vorgang das Newtonsche Erkaltungsgesetz bestehen.

Ist dieses aber der Fall, so hat man ebenso wie bei der Neumannschen Methode die Konstante  $\gamma$ , welche nach der von Stadler gemachten Annahme immer gleich  $\pi/R$  bez.  $\pi/2l$  sein müßte, experimentell zu bestimmen. Und hierin zeigte sich der Nachteil der Stadlerschen Versuchsanordnung, bei deren Anwendung es nicht gelang, genaue Resultate für  $\gamma$  abzuleiten, da die fehlerhaften Bestimmungen bei den Entfernungen der beiden Thermoelemente vom Zentrum sich hier bedeutend stärker bemerkbar machen, ganz abgesehen von

1) E. Grüneisen, Ann. d. Phys. 3. p. 43. 1900.

2) W. Schaufelberger, l. c. 7. p. 589. 1902.

Inhomogenitäten, wie sie schon an und für sich durch das Vorhandensein des Bohrloches bedingt sind. Was durch die Kürze der Zeit, in welcher eine Beobachtung nach Stadler vor sich ging, gewonnen wurde, das büßte die Methode durch die bedeutend größere Unsicherheit der Resultate völlig wieder ein.

Die Methode nach Stadler muß zu direkt falschen Resultaten führen, wenn man die Oberflächentemperatur der des umspülenden Wassers gleichsetzt, zu sehr viel ungenaueren Ergebnissen wie die Methode nach Neumann, wenn man das der Wahrheit näher kommende Newtonsche Gesetz über den Wärmeaustausch an der Grenzfläche annimmt.

Königsberg i. Pr., Math.-phys. Labor. d. Universität.

(Eingegangen 28. Juni 1904.)



**9. Weitere Versuche  
über elektrische Wellen in Systemen von hoher  
Kapazität und Selbstinduktion;  
von L. Hermann und M. Gildemeister.**

In der früheren Arbeit des einen von uns<sup>1)</sup> über elektrische Wellen ist es als wünschenswert bezeichnet worden (p. 958 Anm.), die Versuche nochmals mit *Glimmerkondensatoren* auszuführen, weil die damals verwendeten *Kapillarelektrometer* und *Papierkondensatoren* einen zu geringen Isolationswiderstand haben, und hierin möglicherweise die Ursache lag, weshalb die gefundenen Fortpflanzungszeiten zwar der Größenordnung nach mit den von der Theorie verlangten übereinstimmten, aber doch nicht unerheblich hinter den letzteren zurückblieben.

Bei der Kostspieligkeit von *Glimmerkondensatoren* hoher Kapazität, deren eine größere Anzahl für die Versuche erforderlich ist, war es uns höchst willkommen, daß Hr. Ingenieur H. Boas in Berlin die große Liebenswürdigkeit hatte, uns einen *Glimmerkondensator* von 2 Mikrofarad und vier solche von je 1 Mikrofarad leihweise zur Verfügung zu stellen. Unter Hinzunahme eines dem Institut gehörigen *Edelmannschen Glimmerkondensators* von 1 Mikrofarad konnten wir also ein System von 6 Gliedern (statt der früher verwendeten 15) auf seine Zeitverhältnisse untersuchen. *Die Anordnung war genau die früher verwendete*, nur wurden diesmal die Induktionsspulen in den Hauptversuchsreihen *ohne Eisenkerne* verwendet, um mit zuverlässigeren Größen der Selbstinduktionskoeffizienten zu tun zu haben. Außer den kleinen *Boasschen Spulen* der früheren Arbeit wurden diesmal auch größere zu den Versuchen benutzt.

Eine wesentliche Vervollkommnung der Versuche betraf die *graphische Registrierung der Ablenkungen des Kapillar-*

1) L. Hermann, Ann. d. Phys. 12. p. 932. 1903.

elektrometers.<sup>1)</sup> Wir konnten nämlich diesmal eine neue, vorzüglich funktionierende Schlittenvorrichtung benutzen, welche unterdessen in der Edelmannschen Werkstatt für unser Institut ausgeführt worden ist und an anderer Stelle beschrieben und abgebildet werden wird; dieselbe wird, wie die früher benutzte improvisierte, durch Fall mit Gegengewicht betrieben. Der Kontakt, welcher von dem sich bewegenden Träger der

1) Dies meines Wissens zuerst 1877 von Marey verwendete Verfahren (Travaux du laboratoire 3. p. 39. Paris 1877) ist gegenwärtig durch zahllose Anwendungen allen Physikern und Physiologen so geläufig, daß man bei seiner Erwähnung die Erfindung ebensowenig zu besprechen Anlaß hat, wie man Gauss zu nennen pflegt, wenn man von Beobachtungen mit Spiegel und Skala spricht. Trotzdem imputiert mir Herr Bernstein (Ann. d. Phys. 13. p. 1073. 1904) das ungeheuerliche Unternehmen, dies Verfahren als von mir erfunden auszugeben, obwohl jeder unbefangene Leser aus der Beschränkung auf eine ganz kurze Angabe über einige Details des Apparates m. E. erkennen muß, daß ich das Verfahren als bekannt voraussetze. Habe ich doch selbst auf die Arbeiten verwiesen, welche sich mit der Reduktion so gewonnener Elektrometerkurven auf Potentialkurven beschäftigen. Die abkürzende Bezeichnung „Elektrograph“ habe ich nur benutzt, um das *schreibende* Kapillarelektrometer von den 15 im System befindlichen *nicht schreibenden* zu unterscheiden.

Ebenso unbegründet sind Hrn. Bernsteins sonstige Vorwürfe. Ich habe seine elektrophysiologischen Arbeiten nicht erwähnt, weil ich eine rein physikalische Untersuchung mitgeteilt, und von physiologischen Dingen in größter Kürze nur soviel angeführt habe, wie nötig war, um zu zeigen, wodurch ich auf diesen physikalischen Gegenstand geführt worden bin. Es ist weder nötig noch üblich, jedesmal bei der Anführung längst bekannter Tatsachen deren Entdeckungsgeschichte beizufügen. Ich hatte daher bei der Erwähnung des Gesetzes der Aktionsströme ebensowenig Anlaß, Hrn. Bernstein und andere Autoren zu nennen, wie etwa du Bois-Reymond und Pflüger, als ich unmittelbar daneben das Gesetz der elektrischen Nervenerregung heranzog. Die von Hrn. Bernstein getadelte, jetzt allgemein übliche Bezeichnung Aktionsströme habe ich 1868 eingeführt, nachdem ich die Stromlosigkeit unversehrter Organe erkannt hatte; sie war und ist *unentbehrlich*, weil ein nicht vorhandener Strom keine „negative Schwankung“ haben kann; wo es noch zulässig ist, gebrauche ich selbst stets die ältere Bezeichnung. Ob wirklich alles, was wir über Aktionsströme wissen, von Hrn. Bernstein herrührt, bleibe hier unerörtert. Ebensowenig scheint mir diese Zeitschrift der geeignete Ort, nachzuweisen, wie unrichtig, sogar in Tatsachen, seine Darstellung über das Verhältnis meiner Arbeiten zu den seinigen ist; die Physiologen werden ihm meiner Überzeugung nach nicht zustimmen; die Physiker dürfte aber eine solche rein persönliche Diskussion nicht interessieren. Hermann.

Trockenplatte umgeworfen wird, kann mit gleicher Sicherheit sowohl für Schließungen wie für Öffnungen benutzt werden, so daß es nicht mehr erforderlich war, für Schließungsversuche wie früher (l. c. p. 945) eine Wheatstonesche Kombination zu Hilfe zu nehmen.

Der elektrische Vorgang, welcher auf den Anfang des sechsgliedrigen Systems einwirkte, wurde noch mannigfacher als in der früheren Arbeit variiert. Er bestand in einfachen Schließungen, einfachen Öffnungen konstanter Ströme, oder in dem Ladungs- oder Entladungsstrom eines Kondensators. Indes waren die Ergebnisse bei all diesen Versuchsarten dieselben, also kein Einfluß der Natur des elektrischen Vorganges nachweisbar, was mit der Theorie im Einklang ist.

Da das Ziel der Untersuchung in einer möglichst genauen Feststellung der Punkte lag, in welchen sich die Elektrometerkurven von der Abszissenachse ablösen, der Anstieg aber bei den *B*-Kurven (Aufzeichnung des Vorganges am *Ende* des Systems) stets *S*-förmig erfolgt, schien es vorteilhaft, möglichst hohe Kurven zu gewinnen, also möglichst starke Einwirkungen zu wählen, obwohl hierbei, besonders bei den *A*-Kurven (Aufzeichnung am *Anfang* des Systems), die Gipfel der Kurven nicht mehr auf der (6 cm hohen) Platte Platz fanden. Trotzdem war die Ablösung der *B*-Kurven so allmählich, daß der eigentliche Anfangspunkt sich nur mit einer Unsicherheit von  $\pm 0,0005$  sec bestimmen ließ.

Wir geben nun eine kurze Zusammenstellung der wesentlichen Ergebnisse.

*Erste Versuchsreihe.* Sechs kleine Induktionsspulen ohne Eisenkerne; jede hat einen Induktionskoeffizienten von nahezu  $2 \cdot 10^8$  cm. Die erste ist mit 2, jede der fünf anderen mit je 1 Mikrofarad kombiniert. Es ist also  $p$  in jedem Gliede  $= 2 \cdot 10^8$  cm, ferner  $c$  im ersten Gliede  $= 2 \cdot 10^{-15}$  sec<sup>2</sup>/cm, in jedem folgenden  $10^{-15}$  sec<sup>2</sup>/cm. Hieraus berechnet sich die zur Durchlaufung des Systems erforderliche Zeit:

$$\sum \sqrt{cp} = (\sqrt{2} + 5) \sqrt{2 \cdot 10^{-7}} \text{ sec} = 0,00287 \text{ sec.}$$

Die gefundenen Zeitdifferenzen zwischen Beginn der *A*- und der *B*-Kurven lagen zwischen

$$0,0024 \text{ und } 0,0027 \text{ sec.}$$

*Zweite Versuchsreihe.* Sechs größere Induktionsspulen (meist sekundäre Spiralen gewöhnlicher Schlitteninduktoren, jede von über 10000 Windungen), ohne Eisenkerne. Die unten angegebenen Selbstinduktionskoeffizienten derselben wurden mittels der Schwingungen bestimmt, die sie mit einem im Kreise befindlichen Kondensator gaben; zur Messung der Schwingungsdauer diente ein sorgfältig geprüftes Helmholtzsches Pendel Edelmannscher Konstruktion. Ein Teil dieser Messungen ist in dankenswerter Weise von Hrn. stud. med. Wlotzka ausgeführt worden. Wiederum wurde die erste Spule mit 2, die folgenden mit je 1 Mikrof. kombiniert.

Glied Nr.	1	2	3	4	5	6
Kapazität $c$	2	1	1	1	1	1 Mikrof. ( $10^{-15}$ sec <sup>2</sup> /cm)
Koeffizient $p$	1,83	1,70	0,81	1,97	1,45	1,39. $10^9$ cm

Hieraus berechnet sich als Zeitverbrauch

$$\sum \sqrt{cp}$$

$$= (\sqrt{3,66} + \sqrt{1,70} + \sqrt{0,81} + \sqrt{1,97} + \sqrt{1,45} + \sqrt{1,39}) \cdot 10^{-3} \text{ sec}$$

$$= 0,00790 \text{ sec.}$$

Die gefundenen Zeiten lagen zwischen

$$0,0052 \text{ und } 0,0073 \text{ sec.}$$

Also auch in den neuen Versuchen blieben die gefundenen Zeiten hinter den berechneten zurück, und zwar bei den kleinen Spulen weit weniger als bei den großen. Auf Versuchs- oder Messungsfehlern beruht dies Zurückbleiben sicher nicht, obwohl es erheblich geringer ist, als bei den Versuchen mit Papierkondensatoren. Vielmehr ist der Grund höchstwahrscheinlich darin zu suchen, daß die Theorie von einer infinitesimalen gleichmäßigen Verteilung der Kapazität und Selbstinduktion in einem homogenen Leiter ausgeht, also nur mit einer gewissen Annäherung auf ein System anwendbar ist, welches aus einer Anzahl von Gliedern besteht. Betrachtungen über den spezielleren Grund, warum der Versuch *niedrigere* Zeitwerte ergibt als die Theorie, unterlassen wir anzustellen.

Außerdem haben wir auch Versuchsreihen *mit Eisenkernen* ausgeführt, über welche jedoch eine ganz kurze summarische Angabe genügen wird.

*Dritte Versuchsreihe.* Die sechs kleinen Spulen mit Eisenkernen. Induktionskoeffizienten annähernd  $2 \cdot 10^9$  cm. Kapa-

zitäten wie in der ersten Reihe. Berechnete Zeit 0,00907 sec. Gefundene Zeiten zwischen 0,0050 und 0,0073 sec.

*Vierte Versuchsreihe.* Sechs große, zum Teil sehr große Spulen mit Eisenkernen (darunter zwei sekundäre Spiralen von Funkeninduktorien). Kapazitäten wie bisher. Berechnete Zeit 0,0404 sec. Gefundene Zeiten 0,0159 bis 0,0172 sec.

Wie schon in den früheren Versuchen ist also die Abweichung von der Theorie beim Vorhandensein von Eisenkernen von höherer Größenordnung, als bei Versuchen ohne Kerne.

Endlich haben wir unsere Aufmerksamkeit auf einen schon bei der früheren Untersuchung bemerkten Umstand gerichtet, nämlich auf die Verkürzung der Fortpflanzungszeit bei Verwendung *sehr hoher Spannungen*. Zuerst wurde dies bemerkt in den Versuchen mit Kapillarelektrometern (l. c. p. 958 f.), und darauf bezogen, daß die Einwirkung das Polarisationsmaximum derselben überschritt. Indes zeigte sich eine Verkürzung der Zeit auch bei Verwendung von Papierkondensatoren statt der Elektrometer (p. 960).

In den neuen Versuchen mit Glimmerkondensatoren stellte sich nun dieselbe Erscheinung heraus. Zur deutlicheren Feststellung derselben wurden in vielen Versuchen zwei *B*-Kurven, eine bei einer Spannung von  $< 1$  Volt, die andere bei einer Spannung von 52 oder 110 Volt auf dieselbe Abszissenachse geschrieben. Stets löst sich die Kurve bei hoher Spannung erheblich früher von der Achse ab, als bei niedriger. Über die dabei eintretenden Erscheinungen durch die Gasentwicklung im Kapillarelektrometer siehe die frühere Mitteilung.

Nach der Theorie haben auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle ausschließlich die Kapazitäten und die Induktionskonstanten Einfluß. Den Grund dieser Abweichung von der Theorie festzustellen, reichen unsere Versuche nicht aus.

Königsberg i. Pr., Physiolog. Inst., 7. Juli 1904.

(Eingegangen 9. Juli 1904.)

10. Zur Theorie  
der magneto-elastischen Wechselbeziehungen  
(Entgegnung an Hrn. R. Gans);  
von Adolf Heydweiller.

Hr. Gans schreibt<sup>1)</sup>: „Hr. Heydweiller leitete auf thermodynamischem Wege Formeln für die Längenänderung eines Eisendrahtes in einem gleichförmigen Magnetfelde ab; ich zeigte, daß diese Formeln falsch sind, wies auf die Fehler des Hrn. Heydweiller hin und leitete die richtigen Formeln ab,“ und weiter: „ich habe gezeigt, daß die magnetischen Drucke und Kräfte falsch angesetzt sind“.

Dazu bemerke ich zunächst, daß es sonst üblich ist, bei der Bestreitung einer theoretischen Ableitung auf die angeblichen Fehler nicht bloß *hinzuweisen*, sondern sie *nachzuweisen*, oder ihre Unvereinbarkeit mit der Erfahrung zu zeigen. Beides hat Hr. Gans unterlassen, denn seine Kritik meiner Ableitung beschränkt sich auf die folgenden *unbewiesenen* Behauptungen<sup>2)</sup>:

1. „Hr. Heydweiller setzt den magnetischen Zug, wie er sich aus  $f_1$  ergibt, allseitig gleich

$$\frac{\mu M^2}{4\pi} \text{ anstatt gleich } \frac{1}{4\pi} \int_0^{\mathcal{M}} \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 \mu} \mathcal{M} \partial \mathcal{M} \text{ bez. } \frac{1}{4\pi} \int_0^M (\mu - \mu_0) M \partial M,$$

2. „ferner setzt er die Arbeit, welche das System leistet, wenn ein starrer Körper zu Orten höherer Feldstärke gebracht wird, gleich

$$\frac{v}{4\pi} M \partial \mathcal{M} \text{ anstatt gleich } \frac{\mu - \mu_0}{4\pi} v M \partial M.$$

ad 1. Die Richtigkeit der ersten Behauptung zugegeben, was ich nicht tue, würde der angebliche Fehler darauf herauskommen, daß in dem Integral  $\mu$  als konstant angenommen und der nachträglich von mir hinzugefügte Faktor  $\frac{1}{2}$  vergessen

1) R. Gans, Ann. d. Phys. 14. p. 633. 1904.

2) R. Gans, Ann. d. Phys. 13. p. 639. 1904.

ist; da das Glied überhaupt nur zu vernachlässigende Korrekturen bedingt, lohnt es nicht, hierauf näher einzugehen.

ad 2. Die hierin enthaltene Behauptung ist in allen Teilen falsch und zeigt, wie flüchtig Hr. Gans sich mit meiner Ableitung bekannt gemacht hat. Nicht „die Arbeit, welche das System leistet, wenn ein starrer Körper zu Orten höherer Feldstärke gebracht wird,“ sondern die Arbeit der äußeren Kräfte, welche dem System zugeführt wird, wenn bei einer kleinen Vermehrung der Feldstärke die magnetische Induktion um  $d\mathfrak{B}$  steigt, setze ich gleich  $\frac{v}{4\pi} \oint d\mathfrak{B}$  nach meiner, gleich  $\frac{v}{4\pi} M \partial \mathfrak{M}$  nach Hrn. Gans' Bezeichnungsweise.

Für den zweiten Teil seiner Behauptung, daß dieser Ausdruck zu ersetzen sei durch  $\frac{\mu - \mu_0}{4\pi} v M \partial M$ , beruft sich Hr. Gans an Stelle eines Beweises auf die Autorität des Hrn. E. Cohn.<sup>1)</sup> An der zitierten Stelle findet sich aber für den praktisch zur Zeit allein in Betracht kommenden Fall, daß das Feld von linearen Strömen herrührt, ein Ausdruck für die Energievermehrung bei kleinen Stromänderungen, der mir und nicht Hrn. Gans recht gibt.

Hat Hr. Gans also mit dem anderen Ansatz gearbeitet, was ich aus Zeitmangel nicht prüfen konnte, so habe ich mich allerdings insofern geirrt, als ich seine Gleichungen zu günstig beurteilte; sie sind dann nicht genauer, sondern einfach falsch; und das bestätigt auch seine ohne genaue Ableitung gegebene neueste Umformung, durch die sie erst für die Praxis brauchbar geworden sind; denn diese ist in Widerspruch mit der durch Hrn. Rensing gewonnenen Erfahrung.<sup>2)</sup>

Hr. Gans bemängelt zwar die Genauigkeit der Versuche Rensings und beruft sich darauf, daß dieser aus den „gleich sein sollenden“ Zahlen 12,6, 44,4, 21,4, 51,1 das Mittel nimmt. Nun zeigt aber eine aufmerksame Prüfung der Zahlen, daß sie weder „gleich sein sollen“, noch gleich sein können, daß vielmehr die Notwendigkeit der Mittelnahme aus den ziemlich verschiedenen Werten aus der Natur der Versuche, um vergleichbare Zahlen mit den Werten der anderen Versuchsreihe

1) E. Cohn, Das elektromagnetische Feld p. 523. Leipzig 1900.

2) H. Rensing, Ann. d. Phys. 14. p. 363. 1904.



zu erhalten, folgt. Aber die Unvollkommenheit der Rensing'schen Versuche selbst zugegeben — und es würde mich freuen, wenn Hr. Gans sie durch bessere ersetzen könnte — so ist wenigstens die *Größenordnung* der zu bestimmenden Werte durch sie ganz sichergestellt, wie Hr. Gans selbst zugibt, und sie sprechen, soweit die Unterschiede in Betracht kommen, für meine und gegen die Gansschen Gleichungen in ihrer neuesten Gestalt.

Damit ist diese Streitfrage für mich um so mehr erledigt, als Hr. Koláček<sup>1)</sup> auf ähnlichem, doch etwas verschiedenem Wege, wie ich<sup>2)</sup> schon vorher, zu einer Gleichung gelangt ist ((6b) auf p. 178), die bei Vernachlässigung eines kleinen Korrektionsgliedes und geänderter Bezeichnungsweise mit meiner Gleichung (1a) (p. 604) übereinstimmt, und seine Gleichung weiter in Übereinstimmung findet mit den Ableitungen einer wesentlich verschiedenen Theorie.<sup>3)</sup>

Münster i. W., Physik. Institut, Juli 1904.

1) F. Koláček, Ann. d. Phys. 14. p. 177. 1904.

2) A. Heydweiller, Ann. d. Phys. 12. p. 602. 1903.

3) F. Koláček, Ann. d. Phys. 13. p. 23. 1904.

(Eingegangen 19. Juli 1904.)



# 11. Kritik der Erwiderung des Hrn. W. Wien; von Max Abraham.

In seiner Erwiderung<sup>1)</sup> auf meine Kritik<sup>2)</sup> behauptet Hr. W. Wien, seine Methoden bestimmten *eindeutig* das Feld eines bewegten leuchtenden Punktes. Diese Behauptung hat er selbst dadurch widerlegt, daß er in den Annalen der Physik<sup>3)</sup> für das Feld eines transversal schwingenden Dipols andere Formeln angegeben hat, als vorher in der Boltzmann-Festschrift.<sup>4)</sup>

Den Widerspruch, der hinsichtlich der Strahlung eines bewegten und gleichzeitig schwingenden elektrischen Dipols zwischen den Resultaten des Hrn. W. Wien und den meinigen besteht, hatte ich auf einen Verstoß jenes Autors gegen das Dopplersche Prinzip zurückgeführt. In der Tat mußte ich einen solchen als vorhanden annehmen; wendet doch Hr. W. Wien den Poyntingschen Satz auf eine den bewegten leuchtenden Punkt einschließende Fläche an. Da der Poyntingsche Satz nur für eine ruhende Fläche gilt, so mußte ich glauben, daß von einer solchen die Rede war; alsdann aber war in der Tat, mit Rücksicht auf die Bewegung der Lichtquelle, die Dopplersche Korrektur anzubringen.

Aus der Erwiderung des Hrn. W. Wien ersehe ich, daß er nicht eine ruhende, sondern eine mit dem leuchtenden Punkte bewegte Fläche im Sinne hatte. Alsdann fällt, da Fläche und Lichtquelle relativ zueinander in Ruhe sind, die Dopplersche Korrektur fort. Hr. W. Wien hat also nicht das Dopplersche Prinzip, sondern den Poyntingschen Satz verletzt.

Die Sache liegt in der Tat einfach genug. *Der Poyntingsche Satz gilt nach der Maxwellschen Theorie für eine ruhende, aber keineswegs für eine bewegte Fläche.*

Ist  $\psi$  die Dichte, mit der die elektromagnetische Energie den Raum erfüllt, und  $\mathfrak{S}$  der Poyntingsche Vektor, so gilt nach der Maxwellschen Theorie

$$-\frac{d}{dt} \int d\psi = \int d\mathfrak{S},$$

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 14. p. 635. 1904.

2) M. Abraham, Ann. d. Phys. p. 296—297. 1904.

3) W. Wien, Ann. d. Phys. 13. p. 663. 1904.

4) W. Wien, Boltzmann-Festschrift p. 174. Leipzig 1904.

für eine ruhende geschlossene Fläche  $o$  (mit der äußeren Normalen  $\nu$ ), welche das Volumen  $v$  einschließt. Dieses ist die Aussage des Poyntingschen Satzes. Die Normalkomponente  $\mathfrak{E}_\nu$  des Poyntingschen Vektors gibt die Energieströmung an, die pro Zeiteinheit die Flächeneinheit einer ruhenden Fläche durchströmt.

Betrachten wir hingegen eine Fläche, die sich durch den Äther bewegt, so ist, neben der durch Veränderung des Feldes bedingten Poyntingschen Energieströmung, der infolge der Bewegung der Fläche stattfindende Energiestrom in Betracht zu ziehen. Ist  $q$  die Geschwindigkeit, mit der die Fläche im Raume sich bewegt, so ist  $q_\nu \cdot \psi$  die Energiemenge, welche infolge der Bewegung der Fläche in der Zeiteinheit, in der Richtung von außen nach innen, durch die Flächeneinheit hindurchtritt. Der Energiestrom durch die bewegte Fläche ist daher

$$\mathfrak{E}_\nu - q_\nu \psi.$$

Die Integration über die geschlossene Fläche ergibt

$$-\frac{d}{dt} \int d v \psi = \int d o \{ \mathfrak{E}_\nu - q_\nu \psi \}$$

für die zeitliche Abnahme der im Innern der bewegten Fläche enthaltenen Energie.

Die von Hrn. W. Wien in seiner „Erwiderung“ aufgestellte Behauptung, daß der Poyntingsche Satz ohne weiteres auch für eine bewegte Fläche gelte, ist demnach durchaus irrtümlich. In der Tat, diese Behauptung würde zu dem absurden Schlusse führen, daß eine im elektrostatischen Felde bewegte Fläche immer die gleiche Menge elektrischer Energie einschließt, nach welcher Gegend des Feldes man sie auch bringen möge; denn im elektrostatischen Felde ist die magnetische Feldstärke, mithin auch der Poyntingsche Vektor Null.

Die Feststellung, daß Hr. W. Wien die Strahlung eines bewegten leuchtenden Punktes in fehlerhafter Weise berechnet hat, stützt sich demnach keineswegs auf irgend eine Theorie, in deren Besitz ich allein mich befände; sie beruht auf allgemein bekannten Sätzen der Maxwellschen Theorie. Ich glaubte voraussetzen zu dürfen, daß diese Sätze auch Hrn. W. Wien bekannt seien. Diese Voraussetzung war offenbar eine irrige.

Edinburgh, den 30. Juli 1904.

(Eingegangen 1. August 1904.)



in 1

Die

Die

W. R.  
wohl  
geeign  
zu ein  
Funda  
Gewich  
zu ler

Wir suchen per sofort oder später einen in der Optik (speziell  
in Fernrohrkonstruktionen)

**erfahrenen**  
**wissenschaftlich gebildeten Mitarbeiter.**

Die Stellung ist eine dauernde und gut dotiert.

Optische Anstalt C. P. Goers, A.-G., Berlin-Friedenau.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

**Die Entwicklung der Materie, enthüllt durch die Radioaktivität.**

Wilde-Vorlesung,

gehalten in Manchester vor der Literary and Philosophical Society

von **Frederick Soddy.**

Autorisierte Übersetzung von Prof. G. Siebert.

64 Seiten. 1904. M. 1.60.

**Chemiker-Zeitung:** Der Verf. ist bekannt als Mitarbeiter Rutherfords und Sir W. Ramsays bei den merkwürdigsten Untersuchungen und Entdeckungen, die bis heute wohl auf dem Gebiete der Radioelemente gemacht worden sind. So ist er besonders dazu geeignet, uns auch die Vorstellungen zu übermitteln, die diese interessanten Erscheinungen zu einem Bilde zusammenfassen. Die Kühnheit der Hypothesen, die geradezu in die Fundamente unserer Wissenschaft vordringen wird zwar vielleicht noch nicht jedem mit dem Gewicht der Tatsachen im Einklang erscheinen, dennoch ist es fesselnd, diese Ideen kennen zu lernen, die möglicherweise berufen sind, eine neue Ära der Chemie einzuleiten. *R. Abegg.*

# Saiten-Galvanometer

nach Prof. Einthoven.

Physikalisch-mechanisches Institut

VON

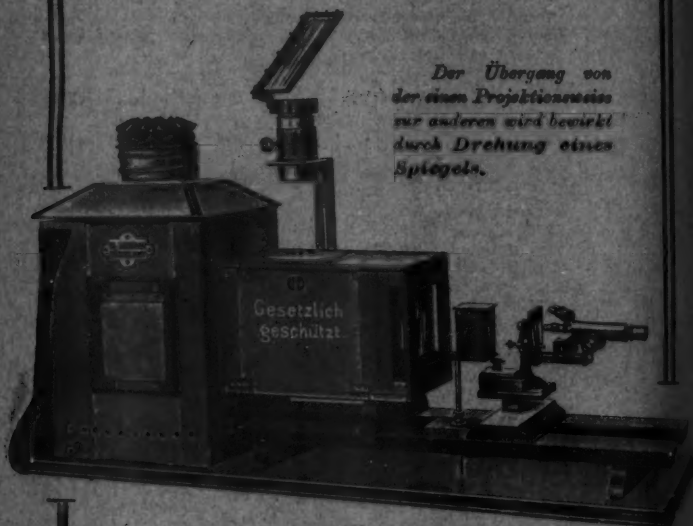
**Prof. Dr. M. Th. Edelman, München.**

Illustrierte Preisliste über physikal. Präzisionsinstrumente  
gratis und franko.

# Universal-Projektions-Apparat

## Ed. Liesegang, Düsseldorf.

Eingerichtet für die Projektion von Glasdiapositiven, Experimenten (horizontal und vertikal), undurchsichtigen Gegenständen (episkopische Projektion), mikroskopische Projektion, ferner für Versuche mit parallelen Lichtstrahlenbündel.



*Der Übergang von  
der einen Projektionsweise  
zur anderen wird bewirkt  
durch Drehung eines  
Spiegels.*

Unser

### Universal-Projektions-Apparat

ermöglicht es, horizontal und vertikal angeordnete Experimente, Abbildungen aus Büchern, Glasdiapositive, undurchsichtige Gegenstände in beliebiger Reihenfolge zu projizieren, ohne Pause zwischen den einzelnen Darstellungen.

Näheres finden Sie in Liste Nr. 86.

**ED. LIESEGANG,** — Werkstätten —  
für  
**Düsseldorf a. Rh.,** Projektions-Apparate.  
Vollmerswertherstrasse.      Gegründet 1854.

## Leppin & Masche.

Berlin SO.

Engelafer 17.

Fabrik wissenschaftlicher Instrumente.



Apparat zur Messung des linearen Ausdehnungskoeffizienten starrer Körper,  
gestattet genaue Messungen (Praktikum). Preis M. 86.—.

## RICHARD MÜLLER-URI, Braunschweig,

neben der Techn. Hochschule.

Neueste glastechnische Constructionen. Quecksilber-Bogenlampen. Quecksilberlicht-Röhren. Lichtelektrische Apparate. Thermometer für flüssige Luft. Elektroskope. Braun'sche Röhren. Stromdemonstrationsapparat D. R. G. M. Wärmeleitungsapparat D. R. G. M. Original-Vacuumscale etc. etc.

## Reiniger, Gebbert & Schall

Elektrotechnische Fabrik

Erlangen.

Filialen: Berlin N,  
Friedrichstr. 181 c.

München,  
Sonnenstr. 18.

Wien IX/3,  
Universitätsstr. 12.

Hamburg,  
Büschengasse 12.

Budapest,  
Altgasse 42.

*Specialitäten:*

Röntgen-Apparate neuester Konstruktionen,  
Finsen- und Funkenlichttheil-Apparate,  
Influenzmaschinen (D. R. P.), verbessertes System,  
Töpler-Holtz,

von hervorragender Leistungsfähigkeit,

Volt- und Ampèremeter, Kleinmotore,  
Schalttableaux für Schulen, Ventilatoren etc.

Prospecte etc. gratis.

*Man verlange gratis und franko das*

## **Spezialpreisverzeichnis**

über

# **Selen** - **Zellen** und **Apparate,** System **Ruhmer,**

VON

**RUHMER'S**

**Physikalischem Laboratorium,  
Berlin S.W. 48.**

**D.R.P. 126 094, 142 371, 146 262, 147 113, 149 853.**

**D.R.G.M. 161 094, 169 259, 195 160, 201 140.**

*Für die Leistung der Selen-Zellen, System Ruhmer, ist wohl die Tatsache am bezeichnendsten, daß es mit Hilfe derselben gelang, eine photophonische Übertragung über eine Entfernung von 15 km herbeizuführen, ein bisher mittelst Zellen anderen Systeme auch nicht nur annähernd erreichtes Resultat.*

**Ein neuer Erfolg:** Herr Prof. Dr. A. Korn-  
München benutzte für  
seine neuesten erfolgreichen elektrischen  
fernphotographischen Versuche über

**800 km,**

unter Mitbenutzung der Leitung: München-  
Nürnberg-München,

**Selenzellen System Ruhmer,**

ein weiterer schlagender Beweis für deren  
unübertroffene Güte.



Genauigkeit der Kreisteilungen: 0,3—0,4 Sek. (mittlerer Teilungsfehler).

Gegründet 1876. **J. Wanschaff Sohn** Gegründet 1876.

**Wissenschaftliche Instrumente.**

**Berlin S.O., Elisabeth-Ufer 1.**

Inabesondere: **Sämtliche Instrumente, welche genauerer Kreis- und Längenteilungen bedürfen, als:**

**Refraktoren** (Schweden). **Meridian-Kreise** (Eidgen. Sternwarte, Zürich). **Passage-Instrumente, Univ.-Instrumente, Mikr. Theodolite** für Triangulationen etc. (Kgl. Preuss. Landesaufnahme, Reg. v. Dänemark, Niederland, Belgien, Russland, Schweden, Amerika). **Spiegelprismen-Kreise, Exzentrizitätsfreie Sextanten** (Kaiserl. Deutsche, Kaiserl. Russ. Marine etc.). **Spektrometer** erster Ordnung (Phys.-Techn. Reichsanstalt, mehrere Priv.). **Goniometer, Photometer** (Kgl. Geod. Institut Potsdam). **Zenithteleskope** (Kgl. Geod. Institut, Intern. Erdmessung, Potsdam. Sternwarten in: Italien, Japan, Niederland, Russland, Amerika). **Magnetische Theodolite u. Registrier-Apparate** jeder Art (Magnet. Observat. Potsdam, viele Bergwerks-Observat.). **Längenteilmaschinen u. a. m.**

**— Ausrüstungen für Expeditionen. —**

*Illustrierte Kataloge in Deutsch, Englisch, Französisch gratis und franko.*

**Neukonstruktionen jeder Art.**

Paris 1889: Großer Preis.  
Goldene Medaille: Melbourne, Chicago.

Instrumente für die Tropen (ohne Stahl).

**Fabrik-  Marke.**



**Emil Gundelach,  
Gohlberg in Thüringen.**

Glasgeräte und Apparate  
für  
wissenschaftl. u. technischen Gebrauch.

**Glasröhren.**

**Elektrische  
Vakuum-Röhren**

nach  
Geißler, Crookes, Puluj,  
Tesla, Moore etc. etc.



**— Röntgen-Röhren —**

(Bis jetzt über  
40000 Röntgen-  
röhren geliefert.)



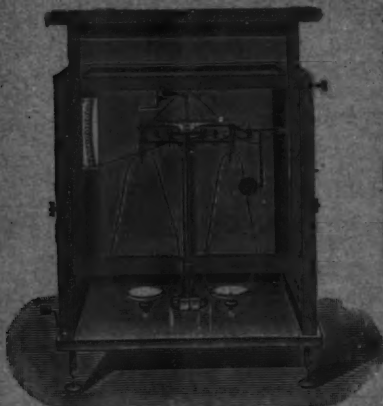
Die Firma besteht seit 1853.

# PAUL BUNGE

HAMBURG, Ottostrasse 13.

Nur erste Preise auf sämmtlichen besuchten Ausstellungen.

Brüssel 1897 — Diplome d'honneur und Extra-Ehrenpreis von  
Fr. 500.—, Weltausstellung Paris 1900 — Grand Prix.



**Mechanisches Institut**

gegründet 1864.

Specialität:

Physikalische und analytische  
Waagen

in garantirt vorzüglicher Aus-  
führung und allen Preislagen.

*Kesselstochwaagen*

Waagen für Chemiker.



*Preislisten kostenfrei.*

## Keiser & Schmidt

Berlin N., Johannisstr. 20.

Ampèremeter und Voltmeter nach Deprez-  
d'Arsonval, D. B.-P.,

Funkeninduktoren, Kondensatoren, Spiegel-  
galvanometer,

Thermosäule nach Angabe des Hrn. Prof.  
Dr. Rubens,

Pyrometer zum Messen von Temperaturen  
bis 1600° C.,

Galvanometer zu Linde'schen Kaltemessungen,  
Trockenelemente.

**Preisverzeichnisse kostenfrei.**

---

# **E. LEITZ,**

## **Optische Werkstätte, Wetzlar.**

**Zweiggeschäfte: Berlin NW., Luisenstr. 45.**

**New York 411 W., 59<sup>th</sup> Str.    Chicago 32—38, Clark Str.**

**Vertreter für München:**

**Dr. A. Schwann, Sonnenstr. 10.**



**Neuestes Modell 1909.**

**Mikroskope,  
Mikrotome, Mikrophotogr. und Projektions-Apparate.**

**==== Preislisten kostenlos. ====**



**J. Robert Voss,**  
Mechaniker,  
Berlin N.O. 18, Palladenstr. 29.

Specialität:

**Influenz-Elektisir-  
Maschinen**

**aller Systeme**

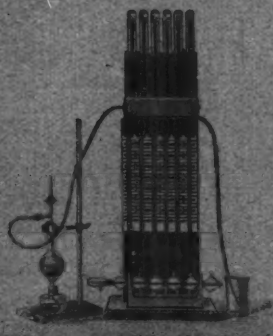
(auch die dazu gehörigen Nebensapparate)  
und

**Metall-Spiral-Hygrometer**  
in allen Ausführungen.

## Physikalische Apparate.

Projektionsapparate. Modelle jeder Art.  
Röntgen-Apparate.

**Neu!**



Differential- und Doppel-Thermoskop und sechsfaches Manometer nach Kolbe.

Spinthariskop nach Crookes. Prospekt zu Diensten.

Apparat für elektrische Drahtwellen nach Coolidge. Blondlot.

Universal-Instrumentarium nach Seibt-Ernecke für Resonanz elektr. Schwingungen, elektr. Wellen in Spulen, Tesla-Versuche, Abstimmung in der Marconi-Telegraphie.

Neue Preisliste, über

4000 Nummern und 1800 Abbildungen enthaltend,  
erschienen.

**Ferdinand Ernecke,**

Hoflieferant Seiner Majestät des Kaisers.

Königgrätzerstr. 112, Berlin S.W., Königgrätzerstr. 112

— Begründet 1866. —

## Dr. Schleussner's Trockenplatten

erfreuen sich auch in wissenschaftlichen Kreisen wegen ihrer hohen **Empfindlichkeit** und **Gleichmässigkeit** einer allgemeinen Beliebtheit.

Spezialitäten: Momentplatten für Astronomische und Röntgen-aufnahmen, für Aufnahmen fliegender Geschosse, Microphotographie und Spectralphotographie. — Orthochromatische Platten, Abzieh-platten für Lichtdruck, Celluloidfolien. — Rollfilme für Tageslicht-camera.

**Trockenplattenfabrik a. Actien**

vormals Dr. C. Schleussner in Frankfurt a. M.



**Arthur  
Pfeiffer  
Wetzlar o**

**Allein-Vertrieb  
und Allein-  
berechtigung  
zur Fabrikation**

der  
**Geryk  
Öl-Luftpumpen  
D.R.P. in Deutschland.**

Doppelwandige Glasgefässe  
Pentanthermometer bis  $-200^{\circ}$  C. } zur flüssigen Luft,  
einfache und automatische Quecksilberluftpumpen, Röntgenröhren  
mit und ohne Vakuumregulierung, H. Glasschiffe und -Hühne,  
Marconiröhren etc. empfiehlt

**R. BURGER & CO., Berlin N. 4, Chausseest. 2 B.**

**Präcisions-Uhr- und Laufwerke.**

sowie Räder, Triebe, Zeigerwellen, schräge Triebe und  
Zahnstangen

fertigt als Specialität

**OTTO LINDIG, Glashütte, Sa.**

## Glünther & Tegetmeyer, Braunschweig.

Werkstatt für wissenschaftliche und technische Präzisions-Instrumente.

Transportable Apparate zur Beobachtung der atmosphärischen Elektricität nach Elster. Elektroskope mit innerer Isolation aus Bernstein, Natriumtrocknung und Einrichtung zum paraffinreifen Ablesen (D.R.G.M.). Apparate zur Messung der Elektrizitätsverströmung in der Luft. Zäunische Säulen. Hochspannungs Trockensäulen (D.R.G.M.). Instrumentarien zur Bestimmung der Psychrometrie von Luft- und Bodenproben. Quadranten-Elektrometer. Astrometer (Naukonstruction). Wasserstrahl-duplikatoren nach Elster und Geissler. Hochspannungselektroskope (Braunisches Prinzip) mit innerer Isolation und Natriumtrocknung nach Elster und Geissler. Transportable Elektroten-Aspirationsapparate nach Elbert nebst Zusatzkondensatoren zur Bestimmung der Ionengeschwindigkeiten und des elektrischen Leitvermögens der Luft nach der Methode Wehnelt. Kondensatoren nach Harns zur Bestimmung der Kapazitäten von Elektrometern.

# Dr. Steeg & Reuter,

Optisches Institut,

Homburg v. d. Höhe.

Spezialität:

### Apparate und Präparate

zur Polarisation, Interferenz, Beugung, Fluoreszenz, Phosphoreszenz des Lichts.

### Orientirte Schlitze

von Mineralien und künstl. Krystallen.

### Präparate

aus Kalkspath, Quarz, Steinsalz, Gyps und Glimmer.

Spectral-Apparate, Glasprismen und Linsen aller Art. — Röntgenochirme.

# Alt, Eberhardt & Jäger,

Ulm an der Thur.

Eigene Hohlglashütte, Lampenbläsereien, Glasschleiferei, Holzwarenfabrik, mechanische Werkstatt, Schriftmalererei und Emailleuranstalt.

Fabrizieren:

Glasapparate, -instrumente und -utensilien für wissenschaftl. Gebrauch in jeder Ausführung.



Einrichtungen von Laboratorien für Lehranstalten, Universitäten und Fabriken.

Elektrolytische Apparate für Demonstration und praktischen Gebrauch.

Elektrische Röhren jeder Art und allen Autoren und nach besonderen Angaben.

Standgefäße für Museen.

Dewargefäße.

Apparate für Pflanzenphysiologie.

Chem. tief- und hochgradige Thermometer von  $-200^{\circ}$  oder bis  $+350^{\circ}$  C., prima fein gekühlt, aus widerstandsfähigem, weisbelegtem Glase, gut ablesbar.

Glasgefäße aus Spiegelglas für mikroskopischen, spektralanalytischen und speziellen Gebrauch, widerstandsfähig gegen Wasser, Alkohol und Säuren.

Gewissenhafte Anfertigung. \* \* \* Nachprüfung im eigenen Laboratorium.

# Hartmann & Braun A.-G., Frankfurt a. M.

Elektrische und magnetische Meßinstrumente  
und Hilfsapparate.

*Königl. Preussische Goldene Staatsmedaille.*



**Elektro-akustisches Tonometer (Frequenzmesser);**  
mit zwei Magnetpaaren ausgerüstet dient derselbe als  
**Schliffungsmesser.**

**Direkt zeigende Phasenmesser. Elektrodynamometer.**

Kataloge auf Verlangen zur Verfügung.



**W. APEL, Universitäts-Mechaniker, Inh. Dr. M. APEL.**

Herstellung 1893. Göttingen. Geschäftseröffnung 1896.

Chemische und physikalische Apparate.

*Spezialität:*

**Rauchgasapparate, Calorimeter** zur  
Bestimmung des Brennwertes der verschiedenen  
Brennstoffe und von Gasen, nach Ferd. Fischer.

**Thermometer** nach Ferd. Fischer. (Taschen-  
buch für Feuerungstechniker.)

**Apparat** zur Bestimmung d. Dielektricitätsconstanten  
nach Nernst. (Zeitschr. f. phys. Chem. XIV, 4.)

**Totalreflectometer** nach Kohlrausch.

**Demonstrationsapparate** n. Behrendsen  
und Grimsehl.

**Krystallmodelle** aus Holz und Glastafeln  
nach Klein, Naumann und Rose.

**Milchprüfungsbestecke** nach Tollens.





# MEISER & MERTIG,

Dresden-N. e.

Werkstätten  
für Präzisionsmechanik,  
Physikalische Apparate

jeder Art

in praktischer, solider und eleganter  
Ausführung.

Funkeninduktoren.

Hochspannungsapparate.

Apparate für drahtlose Tele-  
graphie.

Röntgenapparate.

Chemische Geräte.

Viele Empfehlungen und Anerkennungen.

Neue Preisliste kostenlos.

## STRASSER & ROHDE,

Glashütte i. S.

Werkstätten f. Präzisionsuhrmacherei  
und Feinmechanik. Gegründet 1875.

Weltausstellung Paris 1889 Goldene Medaille.  
Deutsche Glashaftausstellung Dresden 1902 1. Preis.

Spezialität: Präzisionspendeluhrn.



Ausführung von Uhrwerken u. Apparaten  
für wissenschaftliche und technische Zwecke.  
Mikrometer mit  $\frac{1}{100}$  mm aus direkt Ables.

## Max Stuhl, Berlin.

Glastechnische Werkstätte

jetzt

130 Friedrichstrasse 130

(früher Philippstr. 22).

## Dr. H. Geissler Nachf. Franz Müller, Bonn a. Rhein.

Wissenschaftliche Glasapparate und Präzisionsinstrumente.

Spezialität:

Elektrische Röhren nach Geissler, Crookes, Puluj, Hittorff,  
Arons, Lecher etc. — Spectralröhren (Argon- u. Helium-Röhren).

Röntgen-Röhren. — Braun'sche Kathodenstrahlröhren.

Teala-Röhren. — Luftpumpen nach Geissler und Töpler-Hagen.

Bowland's Diffractionsgritter und Photogramme.

Feine Thermometer.

Kataloge auf Verlangen.



*Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.*

# Handbuch der Physik (2. Auflage)

herausgegeben von

**Prof. Dr. A. Winkelmann (Jena).**

**Band VI. Optik. I. Halbband.**

gr. 8°. VIII u. 482 Seiten. Mit 170 Abbildungen. Mk. 14.—.

Nach einer längeren Pause, als in Aussicht genommen war, kann von der 2. Auflage wieder ein Halbband erscheinen. Dieser Halbband enthält den Anfang der „Theorie der optischen Instrumente nach Abbe“, die von den Mitarbeitern der Zeißschen Werkstätten verfaßt ist. Die Artaten worden vielfach umgearbeitet und erweitert und sind jetzt wohl die vorzüglichste Darstellung auf optischem Gebiete.

Da sich gleichzeitig 3 Bände des Handbuchs im Druck befinden, ist ein rascheres Erscheinen in Zukunft gewährleistet.

# Schlömilchs Handbuch der Mathematik.

————— Zweite Auflage. —————

herausgegeben von

**Konrektor Professor Dr. Richard Henke (Dresden)**

und

**Professor Dr. Richard Heger (Dresden).**

**III. Band: Höhere Mathematik. II. Teil.**

VIII, 622 Seiten. Mit 94 Fig. u. 20 Kartentafeln. M. 20.—, geb. M. 22.50.

Das Handbuch, dessen beide erste Bände Ende vorigen Jahres erschienen, liegt nunmehr komplett vor. Es soll den Leser so weit führen, daß er eine ganze Reihe von Hauptwerken über Astronomie, Mathematik, Physik und Ingenieurwissenschaften lesen und sich nötigenfalls weiter helfen kann und dürfte somit hauptsächlich für Studierende an technischen Hochschulen, für Lehrer an höheren Schulen und die breiten Kreise aller derjenigen in Betracht kommen, die nur die Grundlagen der Mathematik erlernen wollen.

Prospekte kostenfrei.

# Das Farbenempfindungssystem der Hellenen.

VON

**W. Schultz (Wien).**

VIII, 226 Seiten mit 3 farbigen Tafeln. M. 10.—.

Es ist dem Verfasser gelungen, festzustellen, daß das Farbenempfindungssystem der alten Griechen erhebliche Unregelmäßigkeiten aufweist, und daß es sich wahrscheinlich um eine Blau-Gelb-Blindheit bei der Mehrheit des Volkes gehandelt hat. Die Behauptungen werden durch eine große Zahl von Schriftstellen griechischer Autoren, durch Farbenbeobachtungen und durch Vergleiche mit den gegenwärtigen Farbenlehren belegt. Das Werk ist ebenso interessant für Philologen, wie für Physiologen, Physiker und Ethnographen.

**Ehrhardt & Metzger Nachf.** (Inhaber: K. Friedrich)

— Darmstadt. —

Fabrik und Lager chemischer, elektrochemischer und physikalischer  
Apparate und Gerätschaften.

Komplette Einrichtungen chemischer und physikalischer  
Laboratorien. Mikroskopische Utensilien. Sterilisierungsapparate.  
Brutschränke. Resistenzglas. Weber'sches Glas. Jenaer und  
Böhmische Glaswaren.

Spezialapparate für Elektrochemie und Physik

Mechanische Werkstätten, Tischlerei

**Chemikalien erster Firmen zu Originalpreisen.**

Vielfache Auszeichnungen. — Export nach allen Weltteilen.

Otto Wolff, Werkstatt für elektrische Meßinstrumente

Berlin W. Carlbad 15.

Spezialität seit 1890:

### Präzisions-Widerstände

nach der Methode  
der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt  
(Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde,  
Juli 1899, Januar 1900, Nov.-Dezember 1900)

[illegible]

— *Illustrations Préliminaires.* —



Verlag von J. A. Barth, Leipzig

# Vektordifferentiation und Vektorintegration

**YOU**

## Viktor Fischer.

Gr. 6°. IV u. 82 6. Mlt 20 Figuren.

No. 8.—

**Einleitung:** Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist es, den Begriff des Differentialquotienten eines abhängig veränderlichen Vektors nach einem unabhängig veränderlichen Vektor zu untersuchen.





# SIEMENS & HALSKE A.-G.

Berliner Werk

Berlin SW., Markgrafenstrasse 94.



Kompensationsapparat für genaue Strom- und Spannungsmessungen.

Normalwiderstände für Strommessungen.

Messbrücken für Thomson'sche und Wheatstone'sche Schaltung.

Widerstände aus Manganindraht von 1 und 10 Megohm in je 10 Stufen.

Spiegelgalvanometer nach Deprez-*d'Arsonval*.

Spiegel-Elektrodynamometer.

Panzergalvanometer.

Apparate für Eisenuntersuchungen.



## F. Sartorius, Göttingen.

Mechanische Werkstätten zu Göttingen und Rauschenwasser.

### Waagen und Gewichte

für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke.

== Specialität: ==

### Analysenwaagen

nur eigener bewährtester Construction.

Man verlange ausdrücklich Original-Sartorius-Waagen, da Nachahmungen in den Handel gebracht werden.



### Sartorius' neuer Wärmekasten

zum Brüten von Bacillen und zum Einbetten mikroskopischer Präparate in Paraffin für beliebiges Heilmaterial, unabhängig von Gasleitung, mit vielfach prämiirter Wärmeregulirung.

Patentirt in Deutschland, England, Belgien, Oesterreich-Ungarn etc.

Auf allen beschickten Ausstellungen prämiirt, zuletzt Weltausstellung Brüssel, Diplom d'honneur und Preis 500 Frs., für beste Construction in Feinwaagen.

Kataloge in 3 Sprachen gratis und franco.

— Vertreter in allen Ländern. —

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

## Lehrbuch der Experimentalphysik

VON

E. von Lommel,

weil. Professor an der Universität München.

== Zehnte und elfte Auflage. ==

Herausgegeben von

Walter König,

Professor a. d. Universität Greifswald.

X, 596 Seiten mit 424 Figuren und 1 Spektraltafel.

Preis M. 6,40; geb. M. 7,20.

**Naturwissenschaftliche Rundschau:** Die neue Auflage dieses Lehrbuches, dessen rasches Erscheinen für die Brauchbarkeit und große Beliebtheit des Werkes ein beredtes Zeugnis ablegt, enthält mehrere Zusätze und Änderungen. So sind in dem Abschnitt über Elektrizität und Licht die Artikel über Röntgen- und Becquerelstrahlen, über den sprechenden Lichtbogen und über elektrische Schwingungen, sowie die über die neuen Strahlungsgesetze und über Farbenempfindung theils neu eingefügt, theils neu bearbeitet worden. Auch die Zahl der Abbildungen wurde vermehrt.

Elektrizitäts-Gesellschaft Gebr. Ruhstrat, Göttingen,

Lieferung aller Spezialitäten:  
Laboratoriumswiderstände  
und Meßapparate.



Man verlange Preisliste.  
Experimentierschalttafel,  
Projektionslampenwiderstände.

# A. Haak, Jena.

Glastechnische Werkstätten.

**Thermometer**

für

Wissenschaft und Technik,

von  $-200$  bis  $+575^{\circ}$ .

**Barometer**

mit constantem Nullpunkt,

eigene Construction.

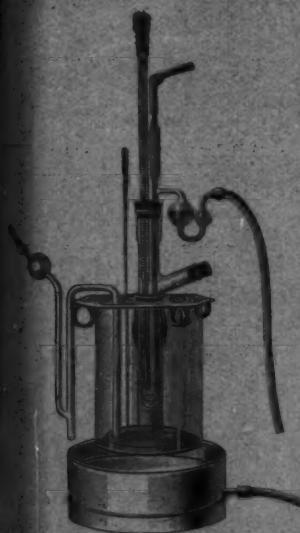
**Elektrische Apparate u. Röhren**

nach

Geissler, Crookes, Hittorff, Röntgen,  
Puluj, Hertz, Lenard.

**Volumetrische Meßinstrumente.**

*Illustrirte Preislisten zu Diensten.*



## Induktorien

*mit Präzisions-Spiralstafelwicklung Pat. Klingelfuss  
von bisher unerreichter Leistungsfähigkeit und Haltbarkeit.*

*Auf wissenschaftlicher Basis konstruiert.*

*Für physikalische Arbeiten, Röntgenapparate, Herz'sche Schwingungen,  
drahtlose Telegraphie, Teslaströme und zum Laden von Condensatoren*

*— auch bei Dauerbetrieb —*

*gleich hervorragend. Reich illustrierte Preisliste zu Diensten.*

*Fabrikanten: Fr. Klingelfuss & Co. Basel (Schweiz)*

**HANS BOAS  BERLIN O.**

Elektrotechnische Fabrik

Krautstraße 52



## **Doppelgleitwiderstände mit Einrichtung**

zur Reihen- und Parallelschaltung der Widerstandsplatten eigener  
Konstruktion, großes Modell für 500 Watt Belastung mit Wider-  
ständen von 300 bis 2 Ohm.

Preis  $\text{M} 55,-$

## **E. DUCRETET**

**PARIS — 75, rue Claude-Bernard — PARIS.**

**Grands-Prix** { Paris 1889 — Lyons 1894  
**Expositions Universelles** { Bruxelles 1897 — Paris 1900

**Cabinets de physique complets.**

Appareils de Mesures électriques.

Télégraphie sans fil Popoff-Ducretet adoptée pour  
les grandes distances. Téléphone haut-parleur R. Gall-  
lard, type 1902, R. G. et E. D. Matériels complets  
Rayons X Röntgen, et courants de haute fréquence.

Photodiodettes de M. le Colonel Lemaire.

Fils primaires de Dr. A. Vincent.





PARIS 1900  
GRAND PRIX

Illustrirte Preislisten gratis.

**Präcisions-  
Reisszeuge**

Astronomische Uhren,  
Compensationspendel.

**Clemens Riefler**

Fabrik mathemat. Instrumente

Messelwang u. München.

Gründet 1843.

**C. A. Steinheil Soehne,**

optisch-astronomische Werkstätte,

Gegründet 1855. **MÜNCHEN.** Gegründet 1855.

Astronomische Fernrohr-Objektive, zwei- und dreitheilig in allen Dimensionen bis 1 Meter Durchmesser, normaler Konstruktion und ohne sekundäres Spektrum.

Oculare, Prismen, Lupen, Plan- und Planparallelgläser.

Komplette astronomische Fernrohre mit und ohne Stativ.

Ablassefernrohre, terrestrische Hand- und Stativfernrohre, Prismenfernrohre.

Spektralapparate verschiedenster Konstruktion, mit und ohne photograph. Einrichtung.

Spektroskope, Spektrographen und Goniometer.

Preislisten frei auf Verlangen, auch über photographische Objektive und Zubehör.

**RICH. SEIFERT & CO., Hamburg 13.**

Elektrotechnische Werkstatt.

Komplette Röntgeneinrichtungen

Schutzvorrichtungen

nach Dr. Albert-Schönberg und Dr. Waller.

gegen Röntgenstrahlung.

**Starkstrom-Dekadenwiderstände,**

sind genau nach Zehners, Elmore und Zehatel Ohm abgemessen, ermöglichen eine sehr feine Regulierung, sowie eine genaue Voransberechnung der Stromstärke und sind besonders für Versuchszwecke zu empfehlen.

Die fahrbaren Regulirtable werden auf Wunsch ebenfalls mit Ohm-Dekaden versehen und können außer zu Röntgenzwecken auch zu allen sonstigen Starkstromversuchen benutzt werden.

Kostenanschläge und Preislisten gratis.





## Unger & Hoffmann, Aktien-Gesellschaft.

Gegründet 1878 DRESDEN - A. 16 Gegründet 1878

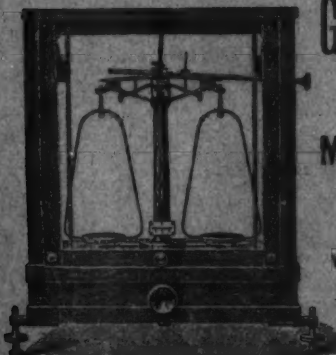
### Projektionsapparate

für wissenschaftliche Zwecke, für Schulen, Lehranstalten, öffentl. Vorträge.

Sämtl. Gebrauchsartikel für Projektion.

Alle Lichtquellen. Laterndiapositive in reichster Auswahl.

Preislisten und fachmännische Auskunft jederzeit zu Diensten.



## GEORG WESTPHAL, Celle (Hannover).

### Mechanisches Institut

(gegründet 1860).

Wagen und Gewichte für

wissenschaftliche, chemische und  
technische Zwecke

in vorzüglicher Ausführung und  
allen Preislagen.

## C. M. J. Bodien Hamburg IV 200.

Spezialfabrik für Electriche Glühlampen

und Muster zur Zeichnung.

Verkauft: Geissler-Röhren, Crookes-Apparate

alle sonstigen elektrischen Apparate, welche in der Technik gebräuchlich sind.



# MAX KOHL, Werkstätte für Präzisionsmechanik, Chemnitz i. S.

Liefert als langjährige Spezialität:

Physikalische und chemische Einrichtungsgegenstände für Schulen, wie z. B. Experimentiertische nach Prof. Dr. Weinhold und Prof. Atend, Fensterverdunkelungen, Oberlichtverdunkelungen für Elektromotor- und Handbetrieb, Abwagenschinen mit Gas- und Wasserleitungseinbau, Wandtafelgewinne, Projektionsrollschirm mit oder ohne Elektromotorbetrieb.

Experimentiertisch nach Prof. Dr. Weinhold.



## Vollständige Einrichtungen von physikalischen und chem. Auditorien in gediegener, zweckmäßiger Ausführung.

Derartige komplette Einrichtungen wurden jetzt u. a. für das I. Chemische Institut der Universität Berlin, Hofmann-Haus Berlin, Laborat. f. angew. Chemie d. Univ. Leipzig, Ecole d. Mines du Hainaut, Mons (Belg.), Kammererschule Riga (Russl.), Technol. Institut Tomsk (Sibirien), höhere Masch.-Bauschule Stettin u. v. a. m. geliefert.

Im Auftrage der Reichs-Regierung habe ich am 28. April der deutschen Kaiserlich-Technischen Hochschule in Berlin das Patent Nr. 101.100 auf das Projekt. Kohl-Weinhold erteilt.

## Physikalische und chemische Apparate und Gerätschaften.

### Neu! Duplex-Öl-Luftpumpe Neu!

u. Tinkturpumpen u. Antriebe durch Elektromotor D.R.P. a. Die Pumpe wird bis auf 1/100 mm.

Apparate für die Telegraphie aus Stahl u. Eisen in hochempfindl. Ausführung.

Alle Apparate auch Teile und Zubehör im Versuch, in Strömen hoher Wechselzahl f. experiment. u. zeitliche Zwecke.

Kleinst-Einrichtungen in kleinst. Vollkommenheit.

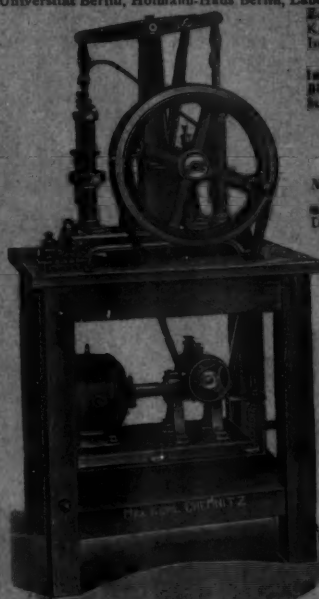
Neu! Wechselstrom-Elektroskop zum direkten Laden von Akkumulatoren an einer Wechselstromanlage und zum Betrieb von Funkeninduktoren durch Wechselstrom, wodurch ein weiterer Unterbrecher abgibt und Projektionsapparate für alle Beleuchtungsarten.

Hochspannungskumulatoren mit oder ohne Pachytrop.

### Neu! Spinthariskope Neu!

mit Fluoreszenzschirm u. einer kleinen Menge Radiumbromid aufbeweglichen Zeiger, um d. außerordentlichen radioaktiven Eigenschaften des Radiums zu zeigen. Preis M. 38.—.

Radiumbromid von höchster Reinheit Wirkung chem. rein. Preis auf Anfrage.



Erkennung der Ausstellung der Vornachmittag-Deutsche Wissenschaftler und Ärzte, Braunschweig 1890. Goldene Medaille Leipzig 1897, Wettbewerbsausstellung Paris 1898, Aussig 1899, Halle 1900.

Lassen mit ausführlichen Kostenanschlägen, Beschreibungen, Referenzen usw. gratis u. franko.

# E. Leybold's Nachfolger

Cöln a. Rh.

Spezialfabrik für Einrichtung  
wissenschaftlicher Institute

liefern

vollständige Einrichtungen von Hörsälen und  
Laboratorien mit Experimentiertischen,  
Verdunkelungsvorrichtungen, Arbeitstischen,  
Sammelschränken usw.



Elektrische Stromanlagen,  
Schalttafeln, Umformer usw., Projektions-  
apparate,  
physikalische Apparate  
für Vorlesungen und Übungen im Praktikum.

Illustrierte Preislisten auf Verlangen.

Alleinige Inseratannahme durch: Max Golederf, Leipzig-Gohlis, Bismarckstr. 9.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

